

PREZIME I IME:

GRUPA:

VJEROJATNOST I STATISTIKA

8. veljače 2017.

1. **a)** (8 bodova) Ekipe graničara ima 5 članova, a sastavljena je nasumičnim izborom između 5 sedmaša i 3 osmaša neke osnovne škole. Kolika je vjerojatnost da su u ekipi točno 2 sedmaša? A vjerojatnost da je cijela ekipa sastavljena od sedmaša?
- b)** (12 bodova) Studenti su podijeljeni u dvije grupe, kod profesora Dobrića ih je 60%, a kod profesora Zloića 40%. Znamo da kod profesora Dobrića 70% studenata prođe ispit, a kod profesora Zloića samo 30%. Kolika je vjerojatnost da nasumično izabrani student prođe ispit? A ako znamo da je neki student pao, kolika je vjerojatnost da je bio kod profesora Dobrića?

2. **a)** (8 bodova) Diskretna slučajna varijabla X zadana je tablicom

$$X \sim \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 & 1 \\ 0.3 & 0.2 & 0.4 & 0.1 \end{pmatrix}.$$

Odredite joj funkciju distribucije. Izračunajte varijancu diskretne slučajne varijable $Z = 3X - 101$.

b) (12 bodova) Dana je funkcija gustoće slučajne varijable X :

$$f(x) = \begin{cases} Ce^{-3x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Izračunajte konstantu C i $\mathbb{P}(X < 1)$. Odredite očekivanu vrijednost od X . Skicirajte funkciju gustoće vjerojatnosti zadane varijable.

3. **a)** (6 bodova) Količina padalina u mjesecu rujnu na određenom području ima distribuciju $X \sim N(300 \text{ mm}, 64 \text{ mm}^2)$. Kolika je vjerojatnost da količina padalina bude između 295 mm i 305 mm?
- b)** (14 bodova) Promatramo slučajni pokus bacanja 2 igraće kocke i slučajnu varijablu X , koja je jednaka zbroju brojeva koji su pali, te varijablu

$$Y = \begin{cases} 0, & \text{ako su pali jednaki brojevi} \\ 1, & \text{inače.} \end{cases}$$

Nađite funkciju vjerojatnosti slučajnog vektora (X, Y) . Odredite kovarijancu slučajnog vektora (X, Y) . Jesu li X i Y nezavisne slučajne varijable?

4. **a)** (5 bodova) Odredite medijan, mod i prvi kvartil za sljedeći niz statističkih podataka: 2, 9, 5, 7, 2, 8, 6, 9, 6, 2, 5, 6, 6, 5, 1, 2, 2.
- b)** (10 bodova) Mjerenjem neprekidne slučajne varijable X dobiveni su podaci koji su grupirani u razrede na sljedeći način:

x_k	0-5	5-10	10-15	15-20
f_k	2	5	5	3

Izračunajte standardnu devijaciju danog uzorka.

5. **a)** (10 bodova) Ispitivanjem tlačne čvrstoće 50 betonskih kocki dobivena je aritmetička sredina od 65 N/mm^2 i standardna devijacija od 5 N/mm^2 . Uz pretpostavku da je tlačna čvrstoća betona normalno distribuirana, odredite interval povjerenja za očekivanje uz pouzdanost od 99%.
- b)** (15 bodova) Promatran je promjer čeličnih šipki dvaju različitih proizvođača. Uzeta su dva slučajna uzorka veličine $n_1 = 20$ i $n_2 = 23$ i dobivene su aritmetičke sredine i varijance $\bar{x}_1 = 8.75$, $\hat{\sigma}_1^2 = 0.35$ i $\bar{x}_2 = 8.66$, $\hat{\sigma}_2^2 = 0.39$. Pretpostavimo da podaci uzeti iz normalnih distribucija s istim varijancama. Možemo li uz 5% značajnosti tvrditi da proizvođači proizvode čelične šipke različitih dijametara?