

Matematika 3 15.2.2017.

1. (15 bodova) Odredite oscilacije homogene žice gustoće 1, duljine 10, napetosti 1, s pričvršćenim rubovima, koja titra pod utjecajem sile koja po jedinici duljine iznosi

$$f(x, t) = \sin\left(\frac{\pi x}{5}\right) - 2 \sin\left(\frac{3\pi x}{10}\right).$$

Početni položaj i početna brzina su 0.

2. (15 bodova) Odredite oscilacije grede duljine 10, širine i visine 1, gustoće 2, modula elastičnosti 24, kojoj su na oba kraja homogeni zglobovi. Nema utjecaja vanjske sile. Početni uvjeti su:

$$u(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = \sin\left(\frac{\pi x}{5}\right) - 4 \sin(\pi x).$$

3. (15 bodova) Odredite stacionarnu temperaturu grede duljine 10, ako je temperatura lijevog ruba 0, a desnog 1, koeficijent provođenja je $\delta = 4$, a vanjski prijenos topline je dan funkcijom $f(x) = \sin x \cos x$.
4. (15 bodova) Odredite oscilacije homogene membrane $\Omega = [0, 2] \times [0, 2]$ gustoće $\rho = 1$ i napetosti $p = 4$, sa sljedećim početno-rubnim uvjetima:

$$\begin{aligned} u|_{\partial\Omega} &= 0, \\ u(x, y, 0) &= 0, \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x, y, 0) &= -2xy. \end{aligned}$$