

MATEMATIKA 3, Kolokvij 12.12.2017. B

1. (12+8 bodova)

- (a) Riješite problem slobodnih oscilacija homogene žice duljine 2π , linijske gustoće 5, napetosti 20, uz sljedeće početne i rubne uvjete: Rubovi su pričvršćeni na visini 0, početni položaj je

$$u(x, 0) = \frac{1}{2} \sin(2x) - 4 \cos(4x),$$

početna brzina je konstatna i iznosi 2.

- (b) Formulirajte jednadžbu oscilacija grede ako se ona nalazi u sredstvu koje pruža elastični otpor.

2. (10+8 bodova)

- (a) Odredite stacionarnu temperaturu grede duljine 10, ako je temperatura lijevog ruba 1, a desnog 24, koeficijent provođenja je $\delta = 4$, a vanjski prijenos topline je dan funkcijom $f(x) = 2 \sin 2x$.

- (b) Formulirajte i objasnite zakon ponašanja za problem vođenja topline.

3. (14+8 bodova)

- (a) Odredite ravnotežu membrane $[0, 2] \times [0, 2]$, bez utjecaja vanjske sile, sa sljedećim rubnim uvjetima:

$$u(x, 2) = -3x(x - 2), \quad u(0, y) = u(2, y) = u(x, 0) = 0.$$

- (b) Što je to Eulerova jednadžba? Gdje se javlja? Što su njena rješenja?