

PREZIME I IME:

GRUPA:

**VJEROJATNOST I STATISTIKA**

**17.6.2019.**

1. (a) (14 bodova) Iz intervala  $[0, 4]$  biramo na slučajan način dva broja,  $x$  i  $y$ . Kolika je vjerojatnost da je  $x^2 + y^2 \leq 4$ ?
- (b) (15 bodova) Uređaj može raditi normalno i pod opterećenjem. Normalno radi 70% radnog vremena. Vjerojatnost da otkáže dok radi normalno je 0.1, a dok radi pod opterećenjem 0.4. Kolika je vjerojatnost da uređaj ne otkáže? Ako znamo da je uređaj otkazao, kolika je vjerojatnost da se to dogodilo dok je radio pod opterećenjem?

2. a) (19 bodova) Funkcija gustoće neprekidne slučajne varijable  $X$  je:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{C}{x^2}, & x \in [2, 8] \\ 0, & \text{inače.} \end{cases}$$

Odredite konstantu  $C$  te izračunajte varijancu slučajne varijable  $X$ . **Napomena: Integrale određujte analitički, a ne pomoću kalkulatora.**

- b) (16 bodova) U kutiji se nalazi 12 crvenih i 6 plavih kuglica. Izvlačimo kuglice jednu po jednu s vraćanjem u kutiju. Kolika je vjerojatnost da ćemo morati izvlačiti kuglice pet puta dok ne izvučemo plavu kuglicu? Odredite očekivani broj izvlačenja koja su potrebna da izvučemo crvenu kuglicu.

3. a) (5 bodova) Dana je normalna varijabla  $Z \sim N(0, 1)$ . Kolika je vjerojatnost da je  $-1 \leq Z \leq 1$ ?

b) Bacamo igraču kocku i promatramo slučajne varijable  $X$  i  $Y$  definirane na sljedeći način:

$$X = \begin{cases} -1 & : \text{pao je broj djeljiv s tri} \\ 1 & : \text{pao je broj koji nije djeljiv s tri} \end{cases}$$

$$Y = \begin{cases} 1 & : \text{pao je broj veći od 1} \\ 2 & : \text{pao je broj 1} \end{cases}$$

i) (14 bodova) Nađite funkciju vjerojatnosti slučajnog vektora  $(X, Y)$ .

ii) (10 bodova) Nađite kovarijancu slučajnih varijabli  $X$  i  $Y$ , te koeficijent korelacije.

iii) (4 boda) Odredite  $\mathbb{P}(Y = 1)$  i  $\mathbb{P}(X = 1, Y = 1)$ .

iv) (3 boda) Jesu li slučajne varijable  $X$  i  $Y$  nezavisne?