

MATEMATIKA 3 Kolokvij 9.12.2019. A

1. (12+8 bodova)

- (a) Opišite slobodne oscilacije grede duljine 10, poprečnog presjeka 6, gustoće 1, momenta inercije 2 i modula elastičnosti 27 čiji su krajevi homogeni zglobovi. Početni uvjeti su:

$$u(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = \sin\left(\frac{\pi x}{5}\right) + 2 \sin(\pi x).$$

- (b) Napišite i objasnite zakon ponašanja za problem oscilacija žice. Kako se modificira valna jednačina ako sredstvo pruža elastični otpor progibu?

2. (12+8 bodova)

- (a) Odredite temperaturu izoliranog štapa duljine $l = 4$ koji ima koeficijent toplinskog kapaciteta $\gamma = 3$ i koeficijent provođenja $\delta = 12$, uz nehomogene rubne uvjete $u(0, t) = 0$ i $u(4, t) = 4$, te početnu distribuciju temperature $u(x, 0) = x + \sin(3\pi x)$.

- (b) Kojem tipu parcijalnih diferencijalnih jednačina pripada jednačina provođenja topline? Koje se još pojave opisuju takvim jednačinama? Koje druge tipove parcijalnih diferencijalnih jednačina znate?

3. (12+8 bodova)

- (a) Riješite problem ravnoteže kružne membrane radijusa 4 i napetosti 2, ako je zadana gustoća vanjske sile $f(r) = 10r + 4$ uz rubni uvjet $\tilde{u}|_{r=4} = 0$.

- (b) Što su harmoničke funkcije u Kartezijevim, a što u polarnim koordinatama? Koje harmoničke funkcije u varijablama r i φ ne ovise o φ ?