

MATEMATIKA 3 Kolokvij 9.12.2019. B

1. (12+8 bodova)

- (a) Riješite problem slobodne oscilacije žice duljine $l = 4$, gustoće $\rho = 1$, napetosti $p = 9$ ako za progib vrijedi:

$$u(0, t) = -2, u(4, t) = 6, u(x, 0) = \sin\left(\frac{\pi x}{4}\right) + 2x - 2, \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0.$$

- (b) Zašto je jednačba oscilacija grede višeg reda od jednačbe oscilacija žice? Formulirajte jednačbu oscilacija grede ako se ona nalazi u sredstvu koje pruža elastični otpor.

2. (12+8 bodova)

- (a) Odredite ravnotežni položaj grede duljine 4 na koju djeluje sila $h(x) = \frac{1}{8}e^{\frac{1}{4}x}$ ako je lijevi kraj učvršćen, a desni je slobodan.
- (b) Napišite i objasnite zakon ponašanja za problem provođenja topline kroz homogeni štap.

3. (12+8 bodova)

- (a) Riješite Laplaceovu jednačbu za pravokutnu membranu $[0, 3] \times [0, 4]$ s rubnim uvjetima:

$$u(x, 4) = \sin\left(\frac{7\pi x}{3}\right), u(0, y) = u(3, y) = u(x, 0) = 0.$$

- (b) Formulirajte vanjski i unutarnji Dirichletov problem za ravnotežu kružne membrane. Koja rješenja Eulerove jednačbe ne uzimamo u obzir u kojem slučaju i zašto?