

1. (a) (9 bodova) Klasificirajte stanja Markovljevog lanca $\{X_n\}$ zadanog sljedećom matricom prijelaza:

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7 & 0.3 & 0 & 0 & 0 \\ 0.4 & 0 & 0.6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

- (b) (6 bodova) Odredite period stanja i periodičku dekompoziciju Markovljevog lanca $\{X_n\}$ zadanog sljedećom matricom prijelaza:

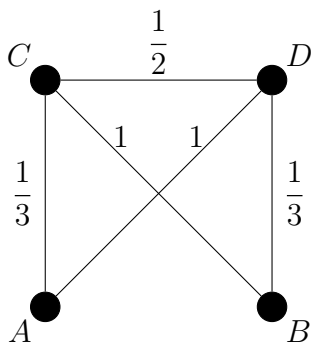
$$P_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. (25 bodova) Zmaj Smaug čuva svoje blago u rudnicama Ereboru. Svaki dan obilazi po jednu od tri riznice sa zlatom. Njegovi posjeti ovim trima riznicama mogu se opisati kao Markovljev lanac sa sljedećom matricom prijelaza:

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

- (a) Najveći postotak vremena Smaug provodi u riznici u kojoj je najvrijednije blago - Kraljev dragulj. Koja je to riznica?
- (b) Koliko je očekivano vrijeme između dva posjeta prvoj riznici?
- (c) Ako je Smaug danas u posjetu prvoj riznici, koje je očekivano vrijeme do posjeta drugoj riznici?
- (d) Ako je početna raspodjela Markovljevog lanca dana s $\lambda = (\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2})$, odredite vjerojatnost da posjeti treću riznicu prije prve.

3. (20 bodova) Kroz strujni krug puštamo napon od 1V tako da je $\phi_A = 1$ i $\phi_B = 0$. Otpori na pojedinim žicama zapisani su na odgovarajućim bridovima mreže.



- Odredite kapacitete vrhova i pripadnu matricu prijelaza.
- Odredite tokove struja kroz vrh D .
- Odredite efektivni otpor.
- Odredite vjerojatnost da pripadni lanac na gornjoj mreži koji kreće iz vrha A stigne u vrh B prije nego se vrati nazad u A .