

1. (a) (9 bodova) Klasificirajte stanja Markovljevog lanca $\{X_n\}$ zadanog sljedećom matricom prijelaza:

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0 & 0 & 0.6 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0 & 0.6 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0 & 0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0.4 \end{bmatrix}.$$

- (b) (6 bodova) Odredite period stanja i periodičku dekompoziciju Markovljevog lanca $\{X_n\}$ zadanog sljedećom matricom prijelaza:

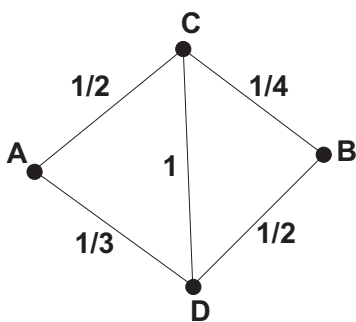
$$P_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. (25 bodova) Frodo se svaki dan druži s jednim od svojih prijatelja: Samom (S), Merryjem (M) ili Pippinom (P). Njegova druženja mogu se opisati kao Markovljev lanac sa sljedećom matricom prijelaza:

$$P = \begin{array}{c} S \quad M \quad P \\ \begin{array}{l} S \\ M \\ P \end{array} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} & 0 & \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 \end{bmatrix} \end{array}.$$

- (a) Koliko je očekivano vrijeme između dva druženja s Merryjem?
- (b) Koliki postotak vremena Frodo provodi družeći se sa Samom?
- (c) Ako se danas Frodo družio sa Samom, koje je očekivano vrijeme do druženja s Pippinom?
- (d) Ako se danas Frodo družio s Pippinom, kolika je vjerojatnost da će se sutra družiti s Merryjem, a preksutra sa Samom?
- (e) Odredite $\lim_{n \rightarrow \infty} P^n$.

3. (20 bodova) Kroz strujni krug puštamo napon od $1V$ tako da je $\phi_A = 1$ i $\phi_B = 0$. Otpori na pojedinim žicama zapisani su na odgovarajućim bridovima mreže.



- Odredite kapacitete vrhova i pripadnu matricu prijelaza.
- Odredite tokove struja kroz vrh C .
- Odredite efektivni otpor.
- Odredite vjerojatnost da pripadni lanac na gornjoj mreži koji kreće iz vrha A stigne u vrh B prije nego se vrati nazad u A .