

1. Riješite diferencijalne jednačbe:

(a) (8 bodova) $2yy' \cos x = (1 + y^2) \sin x$,

(b) (12 bodova) $y'' - y = 2e^x$.

2. (a) (10 bodova) Odredite i skicirajte prirodnu domenu funkcije

$$f(x, y) = \arcsin(2x^2 + \frac{y^2}{2} - 1) + 3 \ln(y - x^2).$$

(b) (10 bodova) Odredite ekstreme funkcije $f(x, y) = x^3 + 2y^2 - 6xy$.

3. (20 bodova) Izračunajte volumen tijela omeđenog plohama $z = x^2 + y^2$ i $z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}$. Skicirajte tijelo.

4. (a) (10 bodova) Zadano je vektorsko polje

$$\vec{a} = x^2 \vec{i} + 3xz^2 \vec{j} - 2xz \vec{k}.$$

Je li dano polje potencijalno? Je li solenoidalno?

(b) (15 bodova) Neka je $\vec{\Gamma}$ pozitivno orijentirana krivulja koja čini rub lika omeđenoga pravcem $y = 2(x + 1)$ i parabolom $y = x^2 - 1$. Skicirajte krivulju $\vec{\Gamma}$ te izračunajte

$$\int_{\vec{\Gamma}} y^2 dx + (2xy + \ln(x + 1)) dy.$$

Uputa: Koristite Greenov teorem.

5. (15 bodova) Neka je Σ ploha zadana s $z = \sqrt{1 - y^2}$, $0 \leq x \leq 4$. Skicirajte plohu te izračunajte

$$\iint_{\Sigma} z^2 dS.$$

Prvi dio čine prva tri zadatka. **Drugi dio** čine 4. i 5. zadatak.

Za polaganje ispita treba skupiti 50 bodova (od tog barem 30 boda iz prvog dijela i barem 16 bodova iz drugog dijela).

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$\int f(x) dx$	$f(x)$	$\int f(x) dx$
C	0	$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$	1	$x + C$	$\cos x$	$\sin x + C$
x^α	$\alpha x^{\alpha-1}$	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	x^α	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$	$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\operatorname{ctg} x + C$
e^x	e^x	$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	e^x	$e^x + C$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$
a^x	$a^x \ln a$	$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$	a^x	$\frac{a^x}{\ln a} + C$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\operatorname{arctg} x + C$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$\operatorname{arcctg} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$	$\frac{1}{x}$	$\ln x + C$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin x + C$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$	$\operatorname{sh} x$	$\operatorname{ch} x$	$\sin x$	$-\cos x + C$	$\frac{1}{\sqrt{x^2 \pm 1}}$	$\ln x + \sqrt{x^2 \pm 1} + C$
$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{ch} x$	$\operatorname{sh} x$				
$\cos x$	$-\sin x$	$\operatorname{th} x$	$\frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$				
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{cth} x$	$-\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}$				