

1. Riješite diferencijalne jednačbe:

(a) (12 bodova) $y'' - 6y' + 9y = 18 \cos(3x)$,

(b) (8 bodova) $y' + 2xy = x$.

2. (a) (8 bodova) Odredite i skicirajte prirodnu domenu funkcije

$$f(x, y) = \arcsin(2y - 2x - 3) + \sqrt{y + 1} \ln y.$$

(b) (12 bodova) Odredite ekstreme funkcije $f(x, y) = x^4 + 2xy + 2y^2$.

3. (20 bodova) Izračunajte volumen tijela omeđenog plohama $z = 8 - x^2 - y^2$ i $z = 2\sqrt{x^2 + y^2}$. Skicirajte tijelo.

4. (a) (8 bodova) Je li polje $\vec{a} = (4x \sin z + e^x \cos y)\vec{i} - e^x \sin y \vec{j} + 2x^2 \cos z \vec{k}$ potencijalno?

(b) (8 bodova) Nađite potencijal polja \vec{a} (ako postoji).

(c) (9 bodova) Krivulja $\vec{\Gamma}$ je dana parametrizacijom $x(t) = t$, $y(t) = 0$, $z(t) = t^2$, $t \in [0, 1]$. Izračunajte

$$\int_{\vec{\Gamma}} \vec{a} \cdot d\vec{r}.$$

5. (15 bodova) Izračunajte tok vektorskog polja $\vec{a} = \vec{j} + z^3 \vec{k}$ kroz sferu $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Skicirajte sferu.

Prvi dio čine prva tri zadatka. **Drugi dio** čine 4. i 5. zadatak.

Za polaganje ispita treba skupiti 50 bodova (od tog barem 30 bodova iz prvog dijela i barem 16 bodova iz drugog dijela).

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$\int f(x)dx$	$f(x)$	$\int f(x)dx$
C	0	$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$	1	$x + C$	$\cos x$	$\sin x + C$
x^α	$\alpha x^{\alpha-1}$	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	x^α	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$	$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\operatorname{ctg} x + C$
e^x	e^x	$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	e^x	$e^x + C$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$
a^x	$a^x \ln a$	$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$	a^x	$\frac{a^x}{\ln a} + C$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\operatorname{arctg} x + C$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$\operatorname{arcctg} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$	$\frac{1}{x}$	$\ln x + C$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin x + C$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$	$\operatorname{sh} x$	$\operatorname{ch} x$	$\sin x$	$-\cos x + C$	$\frac{1}{\sqrt{x^2 \pm 1}}$	$\ln x + \sqrt{x^2 \pm 1} + C$
$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{ch} x$	$\operatorname{sh} x$				
$\cos x$	$-\sin x$	$\operatorname{th} x$	$\frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$				
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{cth} x$	$-\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}$				