

MATEMATIKA 2, 18. 6. 2025.

Ime i prezime: _____

1.	2.	3.	4.	5.

1. dio

2. dio

Σ

1. Riješite sljedeće diferencijalne jednačbe

(a) (7 bodova) $\cos^2 xy' = y$, uz uvjet $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$,

(b) (8 bodova) $y'' - 3y' + 2y = 6x - 9$.

2. (a) (10 bodova) Odredite i skicirajte prirodnu domenu funkcije

$$f(x, y) = \ln xy + \sqrt{4 - x^2 - y^2}.$$

(b) (15 bodova) Odredite lokalne ekstreme funkcije

$$f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 + xy - 6x + \frac{1}{2}y^2.$$

3. (20 bodova) Skicirajte područje omeđeno krivuljama $x^2 + y^2 = 4y$, $x^2 + y^2 = 2y$, $y = x$ i $x = 0$ i odredite površinu tog područja.

4. (20 bodova) Zadano je vektorsko polje

$$\vec{a}(x, y, z) = \left(y \cos(xy) + yz, x \cos(xy) + xz, \frac{1}{z} + xy \right).$$

(a) (12 bodova) Pokažite da je polje $\vec{a}$ potencijalno i odredite njegov potencijal φ .

(b) (8 bodova) Izračunajte

$$\int_{\vec{\Gamma}} \vec{a} d\vec{r},$$

pri čemu je $\vec{\Gamma}$ dužina od točke $A(1, 1, 1)$ prema točki $B(\pi, 1, \pi)$.

5. (20 bodova) Odredite tok Φ vektorskog polja

$$\vec{a}(x, y, z) = xy^2\vec{i} + ze^x\vec{j} + zx^2\vec{k}$$

kroz zatvorenu plohu omeđenu paraboloidom $x^2 + y^2 + z = 1$ i ravninom $z = 0$. Skicirajte zadanu plohu.

Prvi dio čine prva tri zadatka. **Drugi dio** čine 4. i 5. zadatak.

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
C	0	$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
x^α	$\alpha x^{\alpha-1}$	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
e^x	e^x	$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
a^x	$a^x \ln a$	$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$\operatorname{arccotg} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$	$\operatorname{sh} x$	$\operatorname{ch} x$
$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{ch} x$	$\operatorname{sh} x$
$\cos x$	$-\sin x$	$\operatorname{th} x$	$\frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{cth} x$	$-\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}$

$f(x)$	$\int f(x) dx$	$f(x)$	$\int f(x) dx$
1	$x + C$	$\cos x$	$\sin x + C$
x^α	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$	$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\operatorname{ctg} x + C$
e^x	$e^x + C$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$
a^x	$\frac{a^x}{\ln a} + C$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\operatorname{arctg} x + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + C$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin x + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$	$\frac{1}{\sqrt{x^2 \pm 1}}$	$\ln \left x + \sqrt{x^2 \pm 1} \right + C$