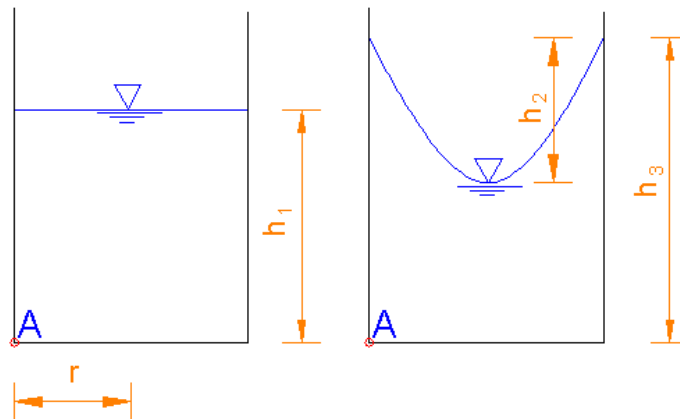


RELATIVNO MIROVANJE

1. Prije početka rotacije u cilindričnoj posudi radijusa dna $r = 1$ m, razina vode je $h_1 = 2$ m. Potrebno je odrediti brzinu rotacije posude pri kojoj će doći do povećanja tlaka u točki A za 25%. Nacrtati raspodjelu hidrostatskog tlaka po konturi posude u tom slučaju.



$$V_{\text{mirovanje}} = r^2 \pi \cdot h_1 = 6,28 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{mirovanje}} = V_{\text{rotacije}} = r^2 \pi \cdot h_3 - \frac{r^2 \pi}{2} \cdot h_2$$

$$r^2 \pi \cdot h_3 - \frac{r^2 \pi}{2} \cdot h_2 = 6,28$$

$$h_3 = 1,25h_1$$

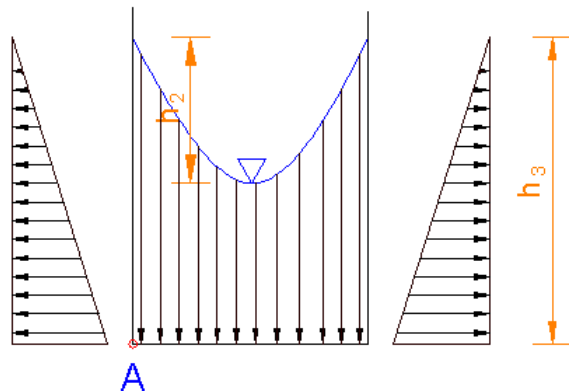
$$r^2 \pi \cdot 1,25h_1 - \frac{r^2 \pi}{2} \cdot h_2 = 6,28$$

$$1^2 \pi \cdot 1,25 \cdot 2 - \frac{1^2 \pi}{2} \cdot h_2 = 6,28$$

$$h_2 = 1,0 \text{ m}$$

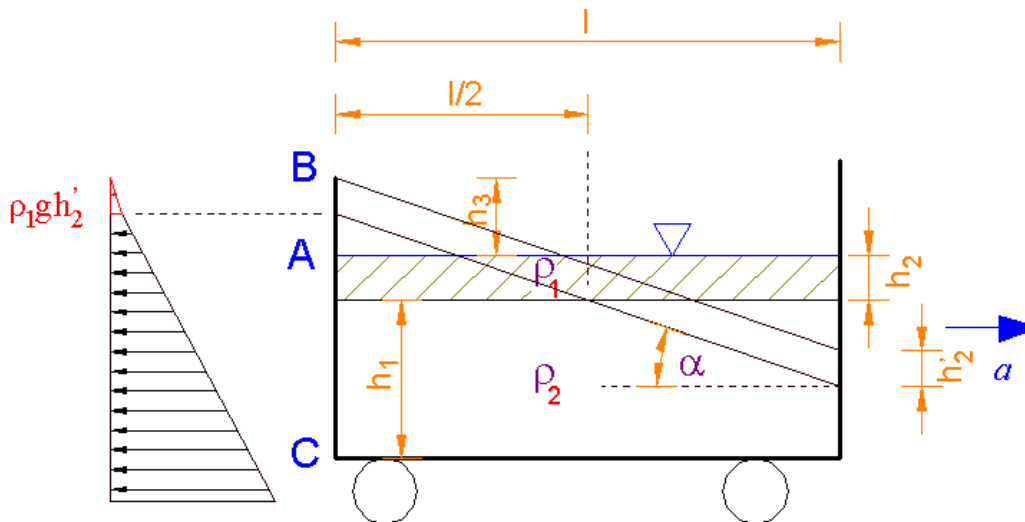
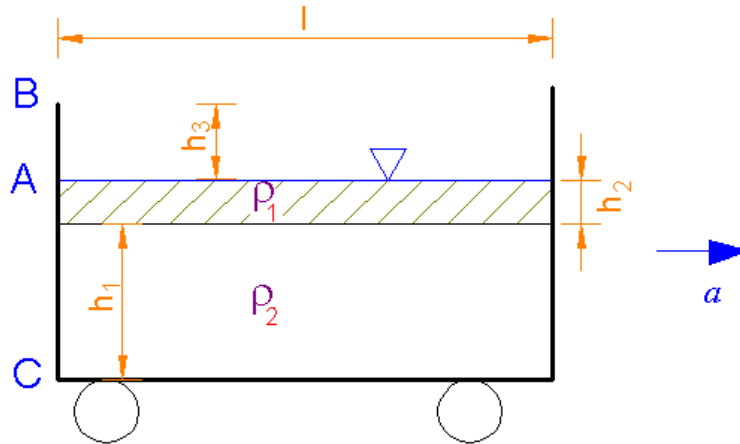
$$h_2 = \frac{\omega^2 r^2}{2g}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{h_2 \cdot 2g}{r^2}} = \sqrt{\frac{1 \cdot 2 \cdot 9,81}{1^2}} = 4,43 \text{ 1/sek} = 4,43 \text{ rad/sek} = 0,7 \text{ okr/sek}$$



2. Koliko je ubrzanje a vozila sa slike ako se razina vodnog lica tekućine gustoće ρ_1 iz točke A izdigne do točke B i koliki je tada tlak u točki C ako se pretpostavi paralelnost slobodne površine i kontaktne plohe između tekućina gustoća ρ_1 i ρ_2 .

Zadano je: $\rho_1 = 800 \text{ kg/m}^3$; $\rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$; $l = 5 \text{ m}$; $h_1 = 2 \text{ m}$; $h_2 = 0,5 \text{ m}$;
 $h_3 = 1 \text{ m}$.



$$\rho_1 g h_2' + \rho_2 g (h_1 + h_2 + h_3 - h_2')$$

Očuvanje volumena tekućine ρ_1

$$h_2 \cdot l = h'_2 \cdot \frac{l}{\cos \alpha}$$

$$h'_2 = h_2 \cdot \cos \alpha$$

Očuvanje volumena tekućine ρ_2

$$h_1 \cdot l = \frac{(h_1 + h_2 + h_3 - h'_2) + \left(h_1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{l}{2} \right)}{2} \cdot l$$

$$2h_1 = h_1 + h_2 + h_3 - h'_2 + h_1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{l}{2}$$

$$h_2 + h_3 = h'_2 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{l}{2}$$

$$h_2 + h_3 = h_2 \cdot \cos \alpha + \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{l}{2}$$

$$0,5 + 1 = 0,5 \cos \alpha + \operatorname{tg} \alpha \cdot 2,5$$

$$1,5 = 0,5 \cos \alpha + 2,5 \operatorname{tg} \alpha$$

iteracijom se traži rješenje u prvom kvadrantu koje daje fizikalno prihvatljivo stanje

$$\alpha = 22,55^\circ$$

$$h'_2 = h_2 \cdot \cos \alpha = 0,5 \cdot \cos(22,55^\circ) = 0,46 \text{ m}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{g} \quad \rightarrow \quad a = \operatorname{tg}(22,55^\circ) \cdot 9,81 = 4,07 \text{ m/s}^2$$

stanje relativnog mirovanja

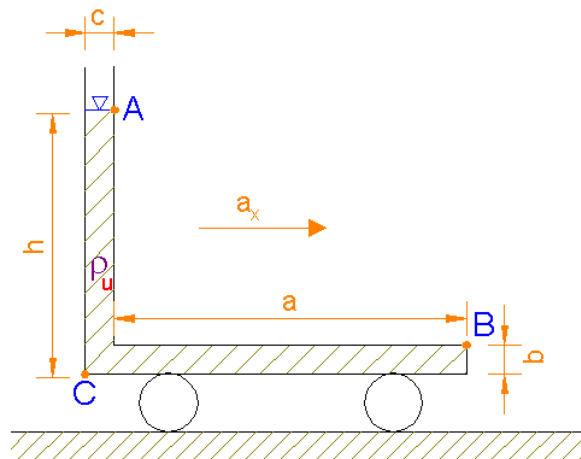
$$p_B = 0 \text{ kPa}$$

$$p_B = \rho_1 g h'_2 = 0,8 \cdot 9,81 \cdot 0,46 = 3,61 \text{ kPa}$$

$$p_C = \rho_1 g h'_2 + \rho_1 g (h_1 + h_2 + h_3 - h'_2) = 3,61 + 1 \cdot 9,81 (2 + 0,5 + 1 - 0,46) = 33,43 \text{ kPa}$$

3. Posuda poprečnog presjeka kao na slici napunjena je uljem gustoće $\rho_u = 800 \text{ kg/m}^3$ i ubrzava sa $a_{x1} = 4,9063 \text{ m/s}^2$ prema desno. U razini točke A je slobodno vodno lice u slučaju mirovanja. Potrebno je odrediti tlakove p_C i p_B u točki B i C, pri zadanom a_{x1} , te ubrzanje a_{x2} koje je potrebno da se u točki B ostvari tlak $p_B = 0$.

Zadano je : $h = 135 \text{ cm}$; $b = c = 15 \text{ cm}$; $a = 180 \text{ cm}$



Slučaj 1

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a_{x1}}{g} = 0,5 \quad \rightarrow \quad \alpha = 26,57^\circ$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h'}{c/2} \quad \rightarrow \quad h' = \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{c}{2} = 3,75 \text{ cm}$$

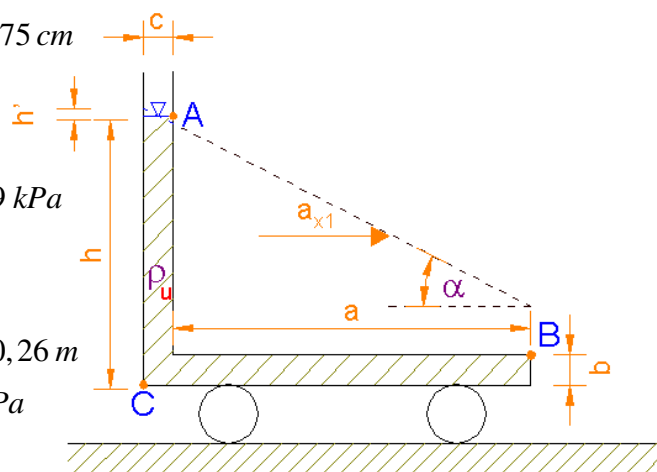
$$h_C = (1,35 + 0,0375) = 1,3875 \text{ m}$$

$$p_C = \rho \cdot g \cdot h_C = 0,8 \cdot 9,81 \cdot 1,3875 = 10,89 \text{ kPa}$$

$$h_B = (h - b) - (a + c/2) \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

$$h_B = (1,35 - 0,15) - (1,8 + 0,075) \cdot 0,5 = 0,26 \text{ m}$$

$$p_B = \rho \cdot g \cdot h_B = 0,8 \cdot 9,81 \cdot 0,26 = 2,04 \text{ kPa}$$



Slučaj 2

$$h_B = (h - b) - (a + c/2) \cdot \operatorname{tg} \alpha = 0$$

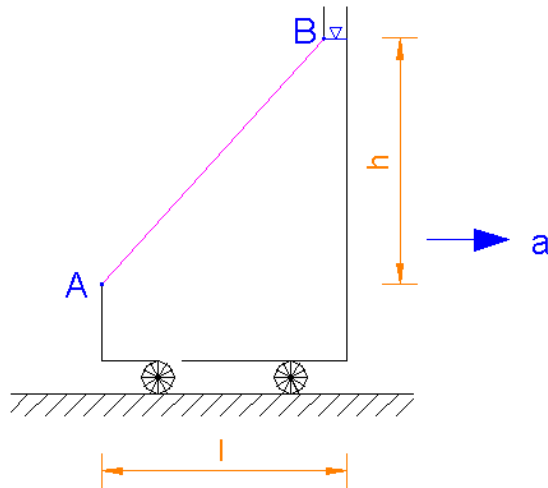
$$(1,35 - 0,15) = (1,8 + 0,075) \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1,2}{1,875} = 0,64$$

$$\frac{a_{x2}}{g} = 0,64 \quad \rightarrow \quad a_{x2} = 6,28 \text{ m/s}^2$$

4. Odredi silu na poklopac pravokutnog poprečnog presjeka širine B između točaka A i B, ako kolica s poklopcem ubrzavaju u označenom smjeru. Otvor u razini točke B ima zanemarivo malu širinu.

Zadano je: $B = 1 \text{ m}$; $a = g$; $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$; $l = 0,4 \text{ m}$; $h = 0,4 \text{ m}$



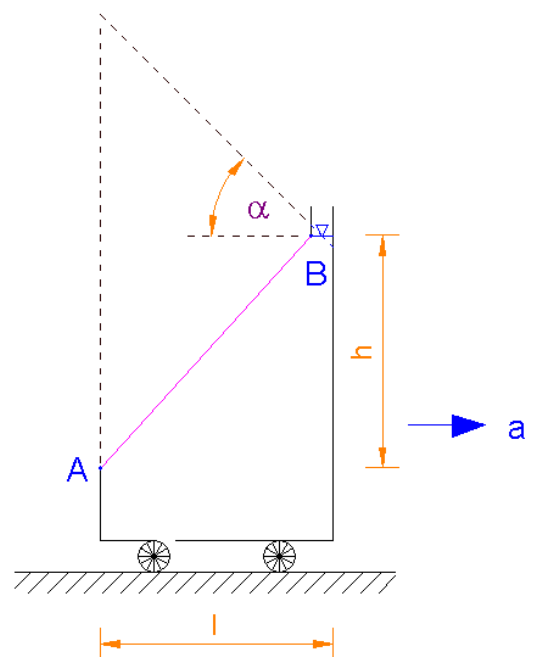
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{g} = 1 \quad \rightarrow \quad \alpha = 45^\circ$$

$$p_A = \rho g 2h = 7,85 \text{ kPa}$$

$$p_B = 0$$

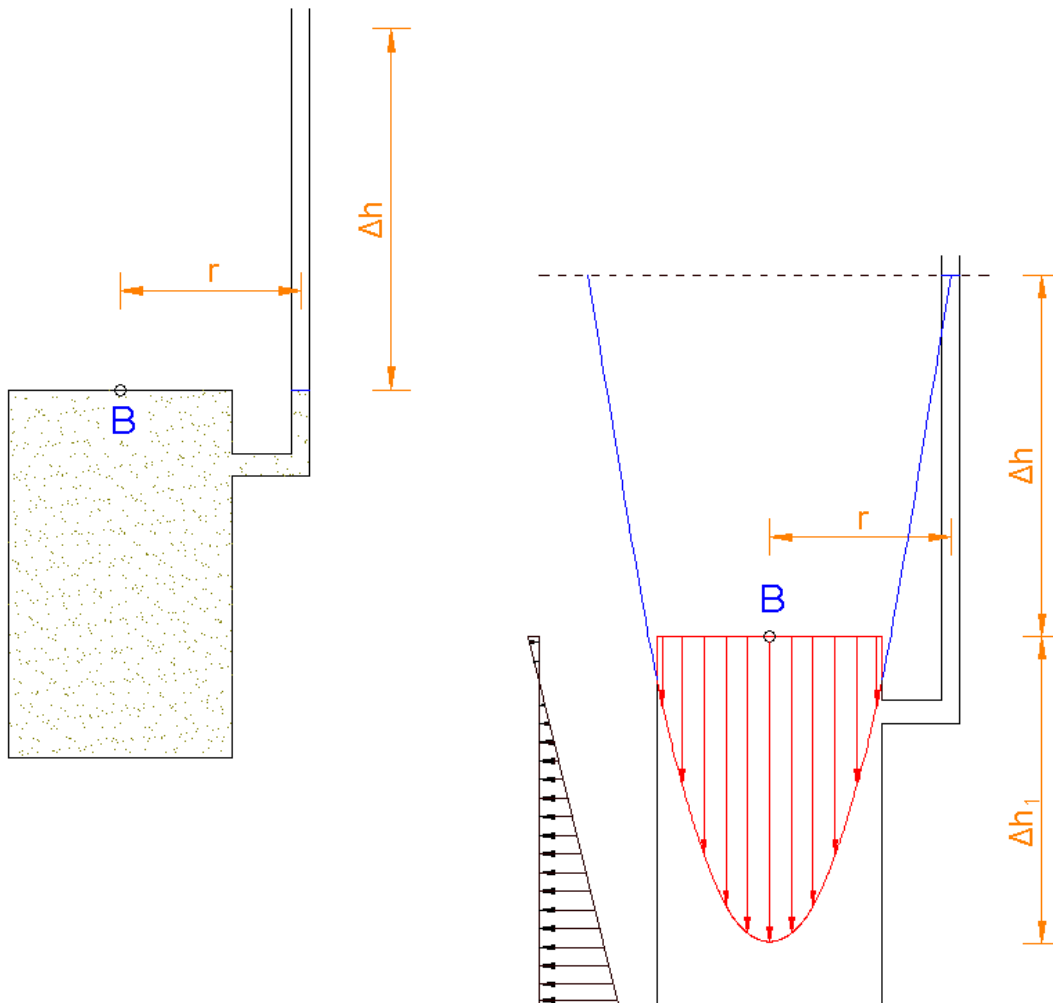
$$A = \sqrt{l^2 + h^2} \cdot B = \sqrt{0,4^2 + 0,4^2} \cdot 1 = 0,566 \text{ m}^2$$

$$F = \frac{(p_A + p_B) \cdot A}{2} = 7,85 \cdot 0,566 = 2,22 \text{ kN}$$



5. Zatvorena posuda napunjena je do vrha vodom. Na posudu je spojena cjevčica kojoj se vertikalna os nalazi na udaljenosti $r = 3$ m od vertikalne osi posude. Uslijed rotacije posude oko svoje vertikalne osi dolazi do dizanja vode u cjevčici za visinu $\Delta h = 6$ m. Promjer cjevčice je vrlo malen naspram promjera posude pa možemo pretpostaviti da uslijed rotacije ne dolazi do sniženja razine vode u posudi, odnosno da će posuda ostati napunjena do vrha. Potrebno je odrediti kutnu brzinu ω pri kojoj se u točki B pojavljuje podtlak $p_B = -50$ kPa i nacrtati dijagram rasporeda tlakova na konture posude.

Zadano je: $\rho = 1000$ kg/m³.

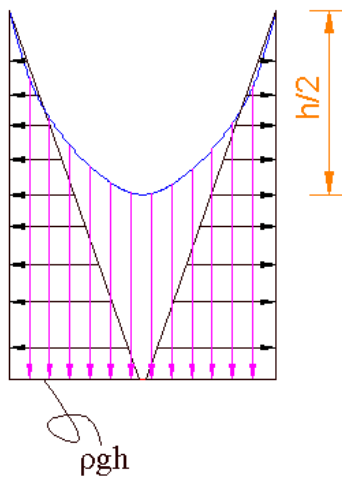
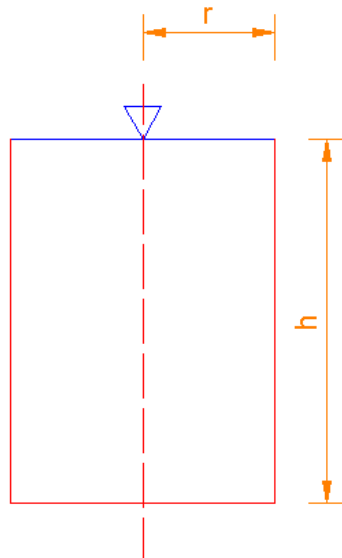


$$\Delta h_1 \cdot \rho g = -50000 \text{ Pa} \quad \rightarrow \quad \Delta h_1 = \frac{50000}{\rho g} = -5,1 \text{ m}$$

$$\frac{\omega^2 r^2}{2g} = (\Delta h + |\Delta h_1|) = 11,1 \text{ m} \quad \rightarrow \quad \omega = 4,92 \frac{1}{s} = 4,92 \text{ rad/s} = 0,78 \text{ okr/s}$$

6. Prije nastupanja rotacije s kutnom brzinom ω oko vertikalne osi, cilindrična posuda je napunjena vodom do vrha. Uslijed rotacije dolazi do izlijevanja vode iz posude. Koliki je volumen vode V_{IZL} koja se izlila uslijed rotacije, ako vodno lice dodiruje rubove posude, a najniža točka vodnog lica pri rotaciji nalazi se na polovici visine posude. Kolika je kutna brzina ω pri kojoj se ostvaruje takvo izlijevanje? Nacrtati dijagrame raspodjele tlaka po konturama posude.

Zadano: $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$; $h = 6 \text{ m}$; $r = 2 \text{ m}$



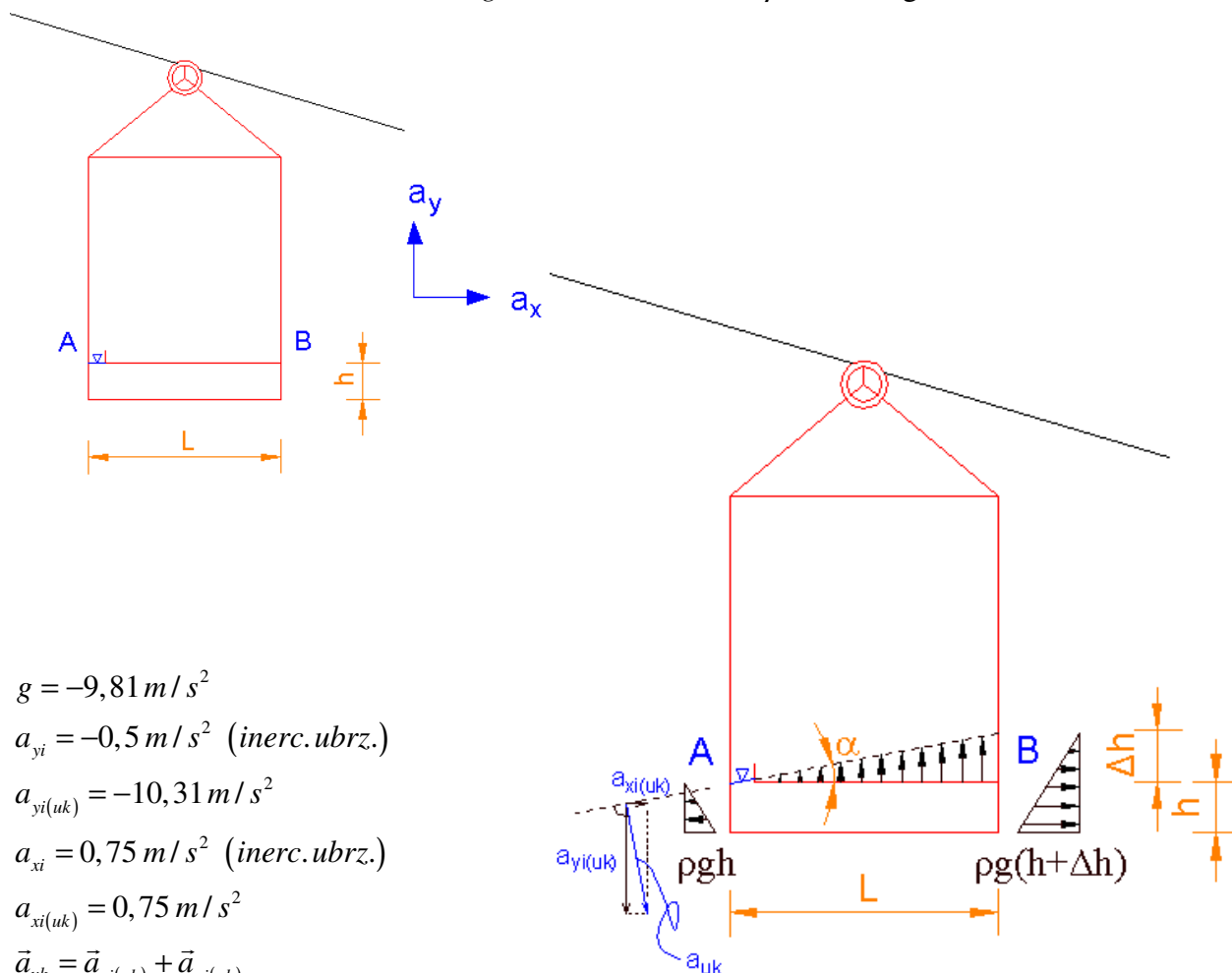
$$h/2 = \frac{\omega^2 r^2}{2g} = 3 \text{ m}$$

$$V_{IZL} = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot (h/2)}{2} = 18,85 \text{ m}^3$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2gh_2}{r^2}} = 3,83 \text{ rad/s}$$

7. Kabina žičare opremljena je spremnikom vode kako bi se povećala njezina inertnost pri udarima vjetra. Potrebno je skicirati i označiti tlakove po konturama spremnika potpuno ispunjenog vodom a koji je otvoren u točki A za slučaj ubrzanja žičare kako je prikazano na slici. Odrediti ukupnu silu F_{AB} na konturu od A do B za 1 m širine. Otvor je zanemarive širine, a voda je apsolutno nestišljiva.

Zadano je: horizontalna komponenta ubrzanja $a_x = -0,75 \text{ m/s}^2$;
 vertikalna komponenta ubrzanja $a_y = 0,5 \text{ m/s}^2$;
 $L = 5h = 5\text{m}$; $g = 9,81 \text{ m/s}^2$; $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$



$$g = -9,81 \text{ m/s}^2$$

$$a_{yi} = -0,5 \text{ m/s}^2 \text{ (inerc. ubrz.)}$$

$$a_{yi(uk)} = -10,31 \text{ m/s}^2$$

$$a_{xi} = 0,75 \text{ m/s}^2 \text{ (inerc. ubrz.)}$$

$$a_{xi(uk)} = 0,75 \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a}_{uk} = \vec{a}_{xi(uk)} + \vec{a}_{yi(uk)}$$

(slobodno (virtualno) v.l. uvijek zauzima položaj okomito na \vec{a}_{uk})

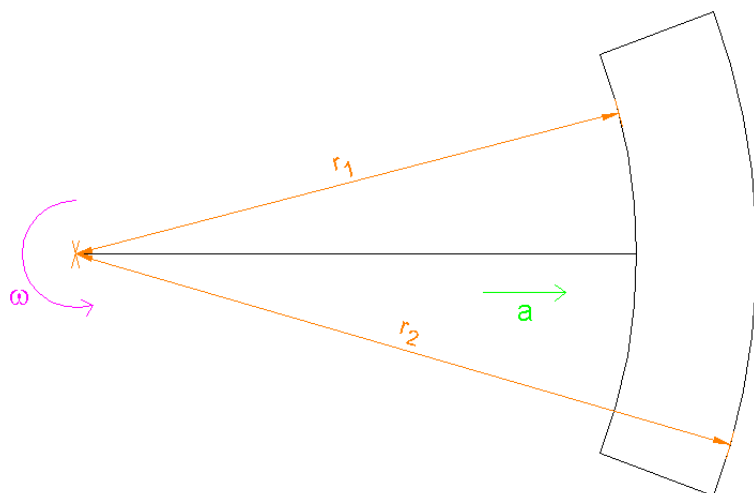
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a_{xi}}{-(g + a_{yi})} = \frac{0,75}{9,81 + 0,5} = 0,0727 \quad \rightarrow \quad \alpha = 4,2^\circ$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta h}{L} \quad \rightarrow \quad \Delta h = \operatorname{tg} \alpha \cdot L = 0,0727 \cdot 5 = 0,36 \text{ m}$$

$$F_{AB} = \rho \cdot g \cdot \Delta h \cdot L \cdot \frac{1}{2} = 1 \cdot 9,81 \cdot 0,36 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = 8,83 \text{ kN/m}$$

8. Komora (prikazana tlocrtno na slici) ispunjena vodom do visine $h = 2$ m (u mirovanju) nalazi se u složenom gibanju sačinjenom od kutne brzine $\omega = 0,05$ rad/s i usporavanja pri kretanju prema središtu rotacije. Potrebno je odrediti koja je veličina usporavanja komore a kojom će se ostvariti jednake razine vodnog lica na udaljenosti r_1 i r_2 od centra vrtnje.

Zadano je: $\rho = 1000$ kg/m³ ; $r_1 = 100$ m ; $r_2 = 105$ m ; $\omega = 0,05$ rad / s



$$\Delta h_1 = \frac{\omega^2 \cdot r_1^2}{2g} = 1,27 \text{ m}$$

$$\Delta h_2 = \frac{\omega^2 \cdot r_2^2}{2g} = 1,40 \text{ m}$$

$$\Delta h_2 - \Delta h_1 = 0,13 \text{ m}$$

u desnom koordinatnom sustavu :

$$g = -9,81 \text{ m/s}^2$$

$$a = ? (+)$$

$$a_i = ? (-)$$

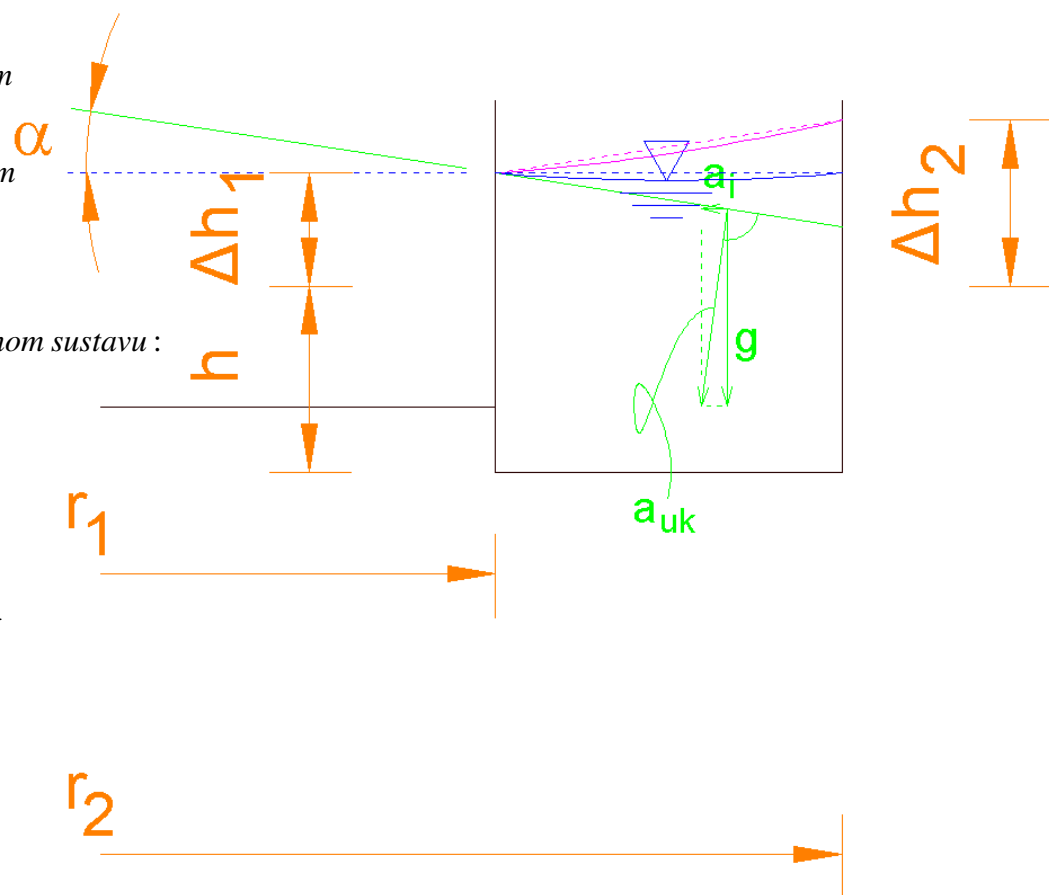
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a_i}{g} = \frac{\Delta h_2 - \Delta h_1}{r_2 - r_1}$$

$$\frac{a_i}{g} = \frac{0,13}{5} = 0,026$$

$$a_i = 0,026 \cdot g$$

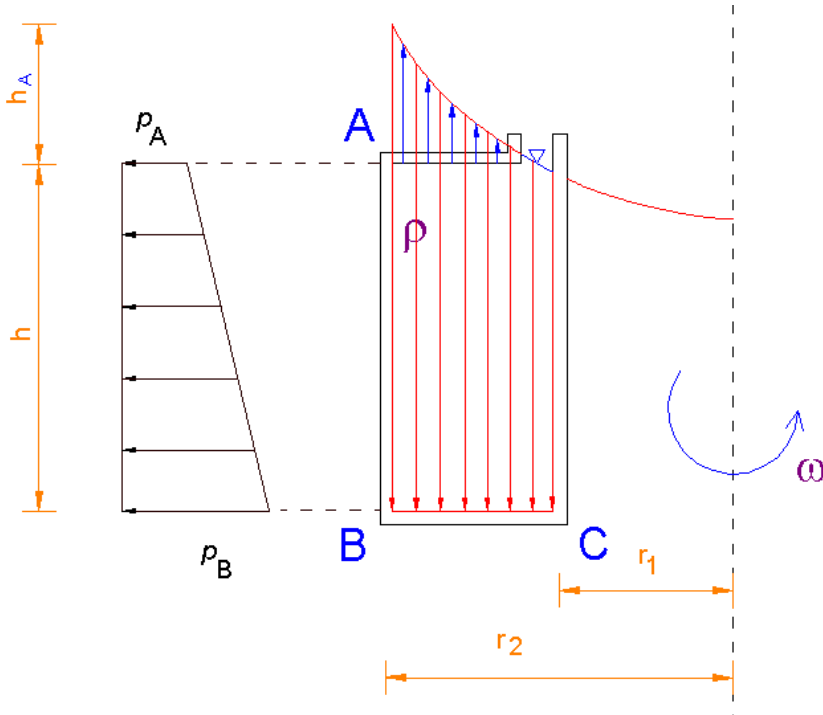
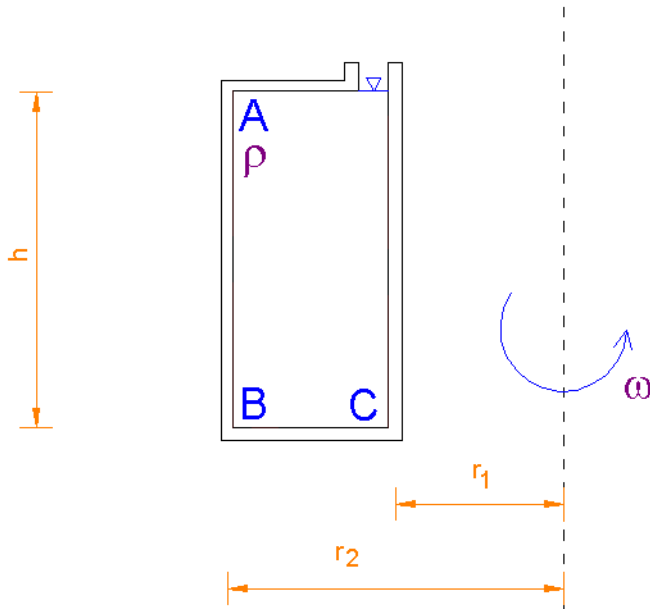
$$a_i = 0,026 \cdot (-9,81)$$

$$a_i = -0,255 \text{ m/s}^2$$



9. Potrebno je odrediti tlakove u točkama A, B i C koji nastaju pri rotaciji posude oko osi rotacije, s malim otvorom i presjekom koji je prikazan na slici. Nacrtati dijagrame tlakova po konturi posude.

Zadano je: $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$; $r_1 = 1 \text{ m}$; $r_2 = 2 \text{ m}$; $h = 2 \text{ m}$; $\omega = 4 \text{ rad/s}$



$$p_A = \rho \cdot g \cdot h_A$$

$$p_A = \rho \cdot g \cdot \left(\frac{\omega^2 r_2^2}{2g} - \frac{\omega^2 r_1^2}{2g} \right)$$

$$p_A = 1 \cdot 9,81 \cdot \frac{4^2}{2 \cdot 9,81} (2^2 - 1^2)$$

$$p_A = 24 \text{ kPa}$$

$$p_B = p_A + \rho g h = 24 + 1 \cdot 9,81 \cdot 2$$

$$p_B = 43,62 \text{ kPa}$$

$$p_C = \rho g h$$

$$p_C = 19,62 \text{ kPa}$$