

OTPOR TIJELA

1. Odredi omjer gustoće kugle ρ_K i vode ρ_V u kojoj kugla tone jednolikom brzinom $v = 0,5$ m/s ako je promjer kugle $d = 0,25$ m uz poznati koeficijent otpora $C_P = 0,5$.

$$G - U - F = 0$$

$$\rho_K \cdot g \cdot V_K - \rho_V \cdot g \cdot V_K - C_P \cdot A \cdot \rho_V \cdot \frac{v^2}{2} = 0$$

$$\frac{\rho_K}{\rho_V} V_K - V_K - C_P \cdot A \cdot \frac{v^2}{2g} = 0$$

$$V_K = \frac{4}{3} r^3 \pi = 0,00818 \text{ m}^3$$

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = 0,0491 \text{ m}^2$$

$$\frac{\rho_K}{\rho_V} = 1,038$$

2. Ako je snaga motora automobila $P = 40,45$ kW, koeficijent otpora oblika $C_P = 0,7$ i površina presjeka okomitog na smjer gibanja $A = 1,2$ m², odredite najveću brzinu kojom se automobil može kretati po pravcu. Trenje na podlozi zanemariti. Gustoća zraka je $\rho_Z = 1,2$ kg/m³. Za koliko se poveća najveća brzina ako koeficijent otpora smanjimo na $C_P' = 0,3$.

$$\frac{P}{v} = C_P \cdot \rho_Z \cdot A \cdot \frac{v^2}{2}$$

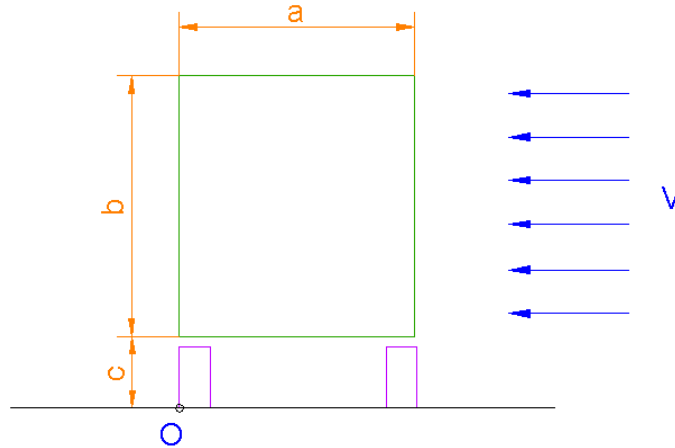
$$v^3 = \frac{2P}{C_P \rho_Z A} = 80257,94 \quad \rightarrow \quad v = 43,13 \text{ m/s}$$

$$v'^3 = \frac{2P}{C_P' \rho_Z A} = 210416,67 \quad \rightarrow \quad v' = 59,48 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = v' - v = 59,48 - 43,13 = 16,35 \text{ m/s}$$

3. Odredi maksimalnu dužinu vozila mase $m = 3000$ kg, koeficijenta otpora oblika $C_P = 0,6$ pri kojoj neće doći do njegovog prevrtanja oko točke "O" uslijed djelovanja struje fluida gustoće $\rho = 1,23$ kg/m³ brzinom $v = 40$ m/s.

Zadano : $a = 2$ m ; $b = 2,5$ m ; $c = 0,5$ m



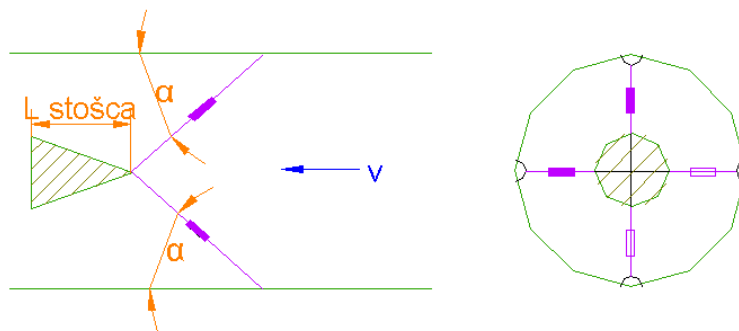
$$A = L \cdot b = 2,5L$$

$$\sum M_o = 0 \quad \rightarrow \quad F_{VJETRA} \cdot (b/2 + c) = G \cdot a/2$$

$$C_P \cdot \rho \cdot 2,5 \cdot L_{MAX} \cdot \frac{v^2}{2} \cdot 1,75 = m \cdot g \cdot 1$$

$$L_{MAX} = \frac{3000 \cdot 9,81 \cdot 1 \cdot 2}{0,6 \cdot 1,23 \cdot 2,5 \cdot 40^2 \cdot 1,75} = 11,4 \text{ m}$$

4. Tijelo stožastog oblika, volumena $V_{STOŠCA} = 0,00314$ m³, dužine $L_{STOŠCA} = 0,3$ m i koeficijenta otpora oblika $C_P = 0,2$ postavljeno je u cjevovod na način da se pridržava sa četiri strane na kojima se nalaze dinamometri. Potrebno je odrediti silu izmjerenu u pojedinom dinamometru ako je proticajna tekućina gustoće $\rho = 1000$ kg/m³ i brzine $v = 3$ m/s. Predpostavlja se da strune na kojima su postavljeni dinamometri ne predstavljaju otpor strujanju tekućine.



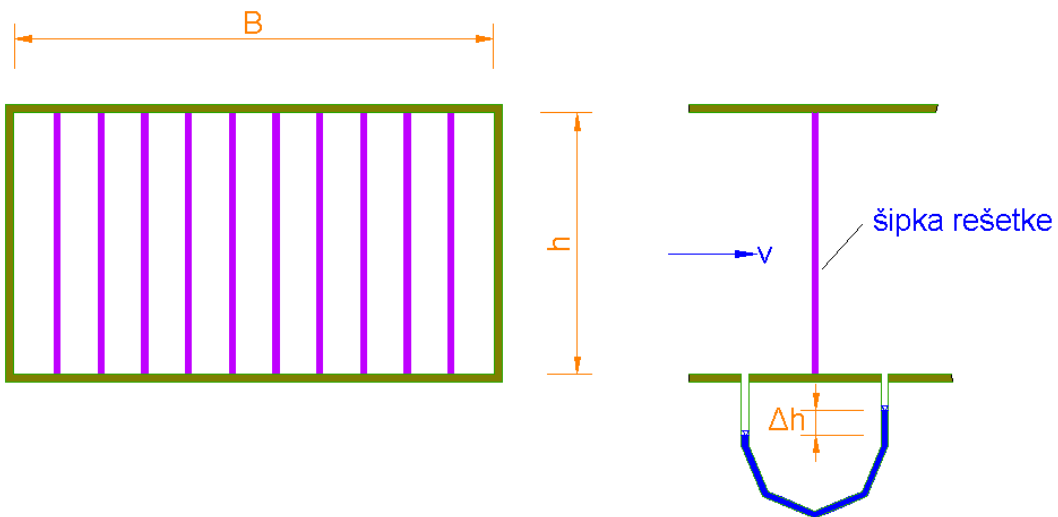
$$V_{STOŠCA} = \frac{r^2 \pi \cdot L_{STOŠCA}}{3} \quad \Rightarrow \quad r = \sqrt{\frac{V_{STOŠCA} \cdot 3}{\pi L_{STOŠCA}}} = 0,1 \text{ m}$$

$$F_{STOŠCA} = C_P \cdot A_{STOŠCA} \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} = 28,27 \text{ N}$$

$$F_{STOŠCA} = 4 \cdot (F_{din} \cdot \cos 45^\circ) \quad F_{DIN} = \frac{F_{STOŠCA}}{4 \cdot \cos 45^\circ} = 10 \text{ N}$$

5. U zračnom tunelu pravokutnog poprečnog presjeka širine $B = 1\text{m}$ i visine $h = 0,5\text{m}$ postavljena je rešetka sa 10 šipki pravokutnog poprečnog presjeka sa širinom pojedine šipke $b = 0,01\text{m}$. Prije i poslije rešetke postavljen je diferencijalni piezometar ispunjen vodom za registriranje pada tlaka na rešetci. Potrebno je odrediti koeficijent otpora oblika rešetke ukoliko je pri protoku zraka $Q = 15\text{ m}^3/\text{s}$ a razlika razina u piezometrima $\Delta h = 0,01\text{m}$.

Zadano je: $\rho_v = 1000\text{ kg/m}^3$; $\rho_z = 1,23\text{ kg/m}^3$



$$A_{REŠETKE} = 10 \cdot (0,01 \cdot 0,5) = 0,05\text{ m}^2$$

$$A_{NETT} = A_{ZT} - A_{REŠETKE} = 1 \cdot 0,5 - 0,05 = 0,45\text{ m}^2$$

$$\Delta h = \frac{\Delta p}{\rho_v \cdot g} \quad \rightarrow \quad \Delta p = \Delta h \cdot \rho_v \cdot g = 0,01 \cdot 1000 \cdot 9,81 = 98,1\text{ Pa}$$

$$\Delta F = \Delta p \cdot A_{ZT} = 98,1 \cdot 0,5 = 49,05\text{ N}$$

$$v = \frac{Q}{A_{NETT}} = \frac{15}{0,45} = 33,33\text{ m/s}$$

$$\Delta F = C_o \cdot A_{REŠETKE} \cdot \rho_z \cdot \frac{v^2}{2}$$

$$C_o = \frac{2\Delta F}{A_{REŠETKE} \cdot \rho_z \cdot v^2} = 1,44$$

6. Kugla gustoće $\rho_K = 1200 \text{ kg/m}^3$, radijusa $r = 0,5\text{m}$ i koeficijenta otpora $C_P = 0,3$ uranja u fluid gustoće $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$. Potrebno je izračunati duljinu puta potrebnog da tonjenje kugle postane jednoliko. Pretpostavlja se da je koeficijent otpora konstanta na cijelom području. Brzina tonjenja, $v = 0$ u trenutku $t = 0$. Za vremenski korak odabrati vrijednost $\Delta t = 1\text{s}$.

$$V_K = \frac{4}{3}r^3\pi = 0,524 \text{ m}^3 \quad \rightarrow \quad m_K = \rho_K \cdot V_K = 1200 \cdot 0,524 = 628,8 \text{ kg}$$

$$\rightarrow \quad U_K = \rho \cdot g \cdot V_K = 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,524 = 5140,44 \text{ N}$$

$$\rightarrow \quad G_K = \rho_K \cdot g \cdot V_K = 1200 \cdot 9,81 \cdot 0,524 = 6168,53 \text{ N}$$

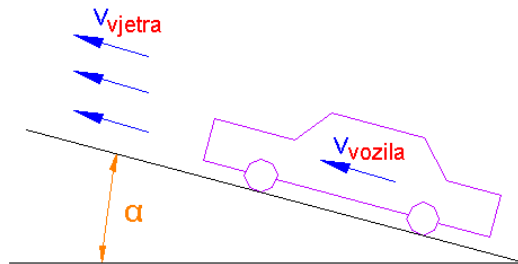
$$F_{OTPOR \text{ KUGLE}} = \rho_v \cdot A_K \cdot C_P \cdot \frac{\bar{v}^2}{2} = 117,81 \bar{v}^2$$

| t [s] | G-U-F _{OK} | a(t) | $\Delta v = a\Delta t$ | v(t) | $\bar{v} = v(t + \frac{\Delta t}{2})$ | F _{OK} | $\Delta s = \bar{v} \cdot \Delta t$ | $\sum \Delta s$ |
|-------|---------------------|------|------------------------|------|---------------------------------------|-----------------|-------------------------------------|-----------------|
| 0 | 1028,09 | 1,64 | | 0 | | | | |
| | | | 1,64 | | 0,82 | 79,21 | 0,82 | 0,82 |
| 1 | 948,88 | 1,51 | | 1,64 | | | | |
| | | | 1,51 | | 2,4 | 678,6 | 2,4 | 3,22 |
| 2 | 349,49 | 0,56 | | 3,15 | | | | |
| | | | 0,56 | | 3,43 | 1386,02 | 3,43 | 6,65 |
| 3 | -357,93 | | | 3,71 | | | | |

Duljina potrebnog puta da bi se postiglo jednoliko tonjenje iznosi $3,22 < s < 6,65 \text{ m}$.

7. Potrebno je odrediti maksimalnu brzinu kretanja vozila v_{vozila} snage $P = 60 \text{ kW}$, mase $m = 750 \text{ kg}$, te koeficijenta otpora oblika $C_P = 0,3$, koje vozi uzbrdo po cesti nagiba $\alpha = 15^\circ$ i na koje djeluje vjetar brzinom $v_{\text{vjetar}} = 40 \text{ m/s}$ kako je naznačeno na slici.

Zadano je: $A_{\text{(površina presjeka vozila)}} = 2 \text{ m}^2$; $\mu_{\text{(koef.trenja)}} = 0,01$; $\rho_Z = 1,23 \text{ kg/m}^3$.



Najprije je potrebno odrediti smjer sile otpora. Promotrimo slučaj $v_{\text{VOZILO}} = 40 \text{ m/s}$ (bez sile otpora zraka). Provjerimo da li je motor vozila dovoljno jak da omogući gibanje veće od 40 m/s .

$$\frac{P}{40} = G \sin \alpha + G \cos \alpha \cdot \mu$$

$$\frac{60000}{40} = 750 \cdot 9,81 \cdot \sin 15 + 750 \cdot 9,81 \cdot \cos 15 \cdot \mu$$

$$1500 < 1975,32$$

snaga motora nije dovoljna da razvije brzinu veću od 40 m/s

$$G \cdot \sin \alpha + G \cdot \cos \alpha \cdot \mu - F_{\text{VJETAR}} - \frac{P}{v_{\text{VOZILO}}} = 0$$

$$mg \cdot \sin 15^\circ + mg \cdot \cos 15^\circ \cdot \mu - C_P \cdot \rho_Z \cdot A \cdot \frac{(v_{\text{VJETAR}} - v_{\text{VOZILO}})^2}{2} = \frac{P}{v_{\text{VOZILO}}}$$

$$v_{\text{VOZILO}} = \frac{60000}{750 \cdot 9,81 \cdot 0,26 + 750 \cdot 9,81 \cdot 0,97 \cdot 0,01 - 0,3 \cdot 1,23 \cdot 2 \cdot \frac{(40 - v_{\text{VOZILO}})^2}{2}}$$

$$v_{\text{VOZILO}} = \frac{60000}{1975,32 - 0,37(40 - v_{\text{VOZILO}})^2}$$

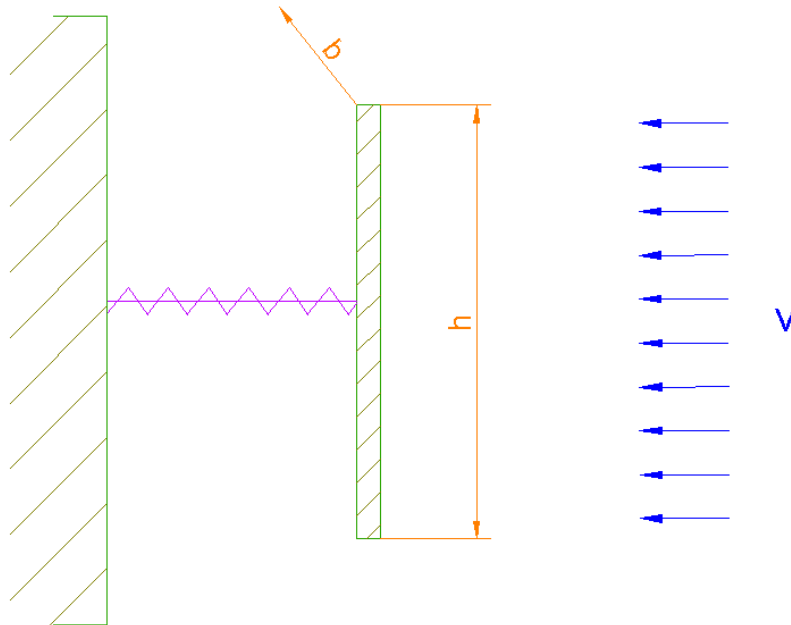
iteracija:

...

$$v_{\text{VOZILO}} = 26,2 \text{ m/s} = 94,32 \text{ km/h}$$

8. Ploča visine $h = 2\text{m}$ i širine $b = 2\text{m}$ ima koeficijent otpora oblika $C_{PLOČE} = 2$, a pričvršćena je na oprugu krutosti $k_{OPRUGE} = 4000\text{ N/m}$. Potrebno je odrediti brzinu strujanja zraka « v » okomito na površinu ploče pri kojoj se opruga deformira za $\Delta l = 0,5\text{m}$.

Zadano je: $\rho_Z = 1,23\text{ kg/m}^3$

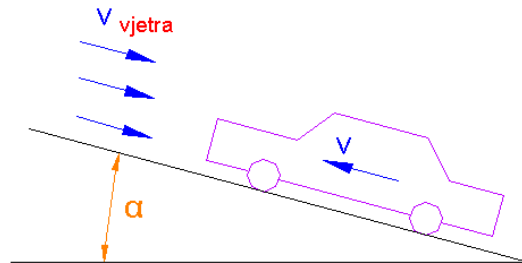


$$A = b \cdot h = 4\text{ m}^2$$

$$F_O = k_{OPRUGE} \cdot \Delta l = 4000 \cdot 0,5 = 2000\text{ N}$$

$$F_O = \rho_Z \cdot C_{PLOČE} \cdot A \cdot \frac{v^2}{2} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2F_O}{\rho_Z \cdot C_{PLOČE} \cdot A}} = \sqrt{\frac{4000}{1,23 \cdot 2 \cdot 4}} = 20,16\text{ m/s}$$

9. Potrebno je odrediti maksimalnu brzinu koje može razviti vozilo mase $m = 1000$ kg, snage 65 kW na usponu nagiba $\alpha = 10^\circ$, ukoliko suprotno od smjera njegovog kretanja djeluje vjetar brzine $v_{\text{vjetar}} = 40$ m/s. Koeficijent otpora oblika vozila je $C_P = 0,3$, a prednja površina vozila $A = 2,5$ m². Gustoća zraka je 1,23 kg/m³, a koeficijent trenja je $\mu = 0,01$.



$$G \cdot \sin \alpha + G \cdot \cos \alpha \cdot \mu + F_{\text{VJETAR}} - \frac{P}{v_{\text{VOZILO}}} = 0$$

$$mg \cdot \sin 10^\circ + mg \cdot \cos 10^\circ \cdot \mu + C_O \cdot \rho_Z \cdot A \cdot \frac{(v_{\text{VJETAR}} + v_{\text{VOZILO}})^2}{2} = \frac{P}{v_{\text{VOZILO}}}$$

$$v_{\text{VOZILO}} = \frac{65000}{1000 \cdot 9,81 \cdot 0,17 + 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,98 \cdot 0,01 + 0,3 \cdot 1,23 \cdot 2,5 \cdot \frac{(40 + v_{\text{VOZILO}})^2}{2}}$$

$$v_{\text{VOZILO}} = \frac{65000}{1763,84 + 0,46(40 + v_{\text{VOZILO}})^2}$$

iteracija:

...

$$v_{\text{VOZILO}} = 19,24 \text{ m/s} = 69,3 \text{ km/h}$$