

**MATEMATIKA III      9.9.2009.**

1. Homogena žica duljine  $l = 20$  na rubovima je pričvršćena i to tako da je  $u(0, t) = \pi$  i  $u(20, t) = 2\pi$ . Napeta je s napetosti  $p = 25$ , ima linijsku gustoću  $\rho = 1$ , početna brzina je  $\frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = \cos \pi x$  i početni položaj je  $u(x, 0) = \frac{\pi}{20}x + \pi$ . Pronađite zakon titranja ako nema vanjske sile.
2.    a) Rješite problem stacionarnog provođenja topline kroz štap duljine  $l = 10$  s koeficijentom provođenja 10. Temperatura lijevog kraja štapa je 10, a desnog 1. Vanjski prijenos topline je 5.  
      b) Odredite ravnotežni oblik homogene pravokutne membrane  $[0, 2] \times [0, 4]$  napete s napetošću  $p = 100$  i površinske gustoće  $\rho = 25$  ako je  $u(x, 4) = \cos \pi x - 1$  i  $u(0, y) = u(2, y) = u(x, 0) = 0$ .
3. Metodom konačnih elemenata odredite numeričke vrijednosti ravnotežnog stanja žice:  
 $(e^x u'(x))' - x = 0$  na  $[0, 4]$ ,  $h = 1$  uz rubne uvjete  $u(0) = u(4) = 0$ .
4. Metodom konačnih diferencija odredite numeričke vrijednosti oscilacija žice za prva četiri vremenska koraka:  
 $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  na  $[0, 4]$  ako je  $h = \tau = 1$  uz rubne uvjete  $u(0, t) = u(4, t) = 0$ ,  $\frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = x^2 - 4x$  i  $u(x, 0) = \sin \frac{\pi}{2}x$ .