



**Sveučilište u Zagrebu
Građevinski fakultet**

Preddiplomski studij

GEOTEHNIČKO INŽENJERSTVO

Predavanje 14.

Reologija stijenskog materijala



UVOD

ANALIZA STANJA DEFORMACIJA U IZVEDENIM TUNELIMA U RH

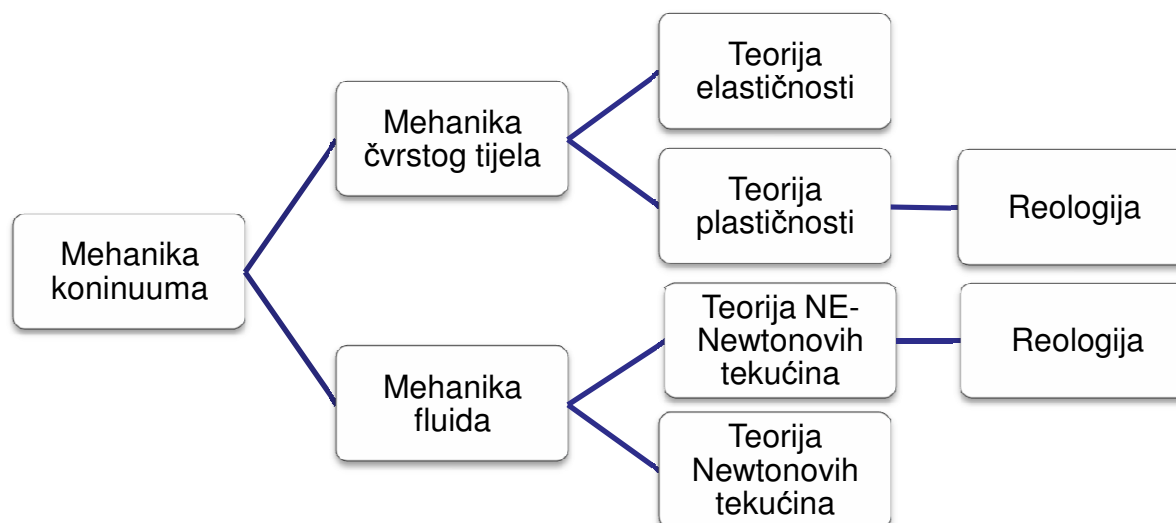
DUGOTRAJNO PONAŠANJE STIJENSKE MASE

OSNOVNI ELEMENTI REOLOŠKIH MODELA

SLOŽENI REOLOŠKI MODELI (visko-elasto-plastični modeli)

Reologija je znanost koja proučava deformaciju i tečenje materije.

- Osnovni cilj reologije je definiranje odnosa između naprezanja i deformacije materijala u ovisnosti o vremenu.
- Reologija se bavi “*proširenjem*” klasičnih disciplina mehanike čvrstog tijela i mehanike fluida na mehaničko ponašanje materijala koje ne možemo opisati klasičnim teorijama.





Uvod

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

- 1920. – prof. Eugene C. Bingham-a iz SAD predlaže naziv “**reologija**”.
- 1929. – Američko Reološko Društvo na osnivačkoj skupštini prihvaća izraz reologija kao standardni izraz za proučavanje deformacije i tečenja materije.
- Naziv reologija dolazi od izraza “**panta rei**” - *sve teče*, grčkog filozofa Simplicijusa. Riječ “**rei**” dolazi od imena grčke božice “**Rhea**”, koja je u grčkoj mitologiji bila poznata kao *majka svih bogova*. Platon se u jednom svom dijalogu osvrnuo na Heraklita gdje ga je citirao “*sve se mijenja i ništa ne miruje*”.

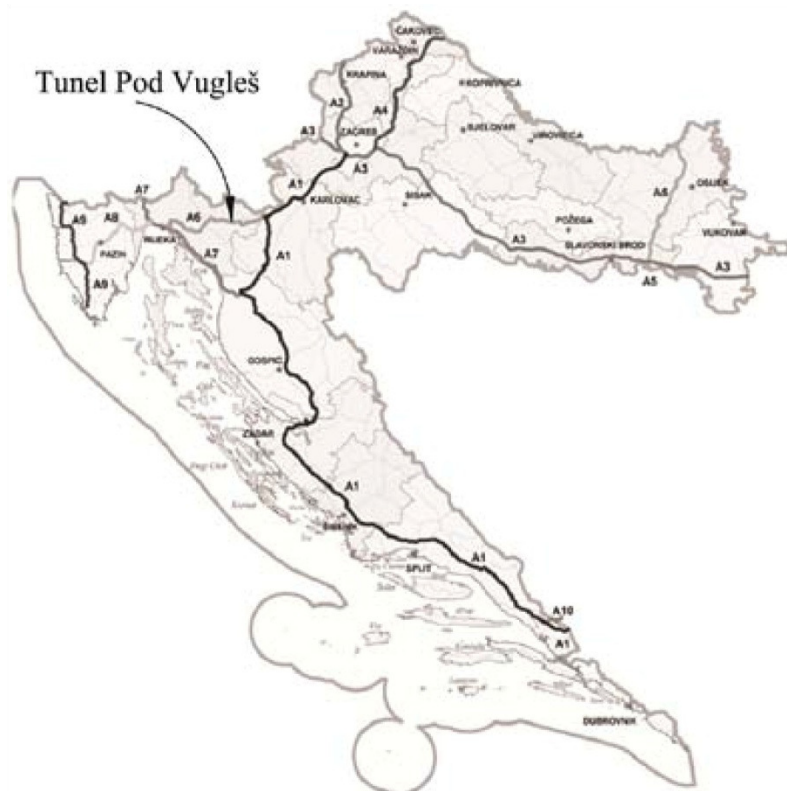


Analiza stanja deformacija u izvedenim tunelima

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

- Kao rezultat iskustva, niza mjerenja na tunelima, te teoretskih razmatranja razvijena je **NATM**-a kao metoda iskopa podzemnih građevina većih profila bez privremene podgrade. Danas se u Republici Hrvatskoj svi tuneli izvode prema načelima NATM.
- Prema osnovnim postavkama NATM primarna tunelska podgrada služi za trajno osiguranje tunelskog profila i u interakciji sa stijenskim masivom mora preuzeti cjelokupno opterećenje. U skladu s tim sekundarna tunelska obloga ne preuzima nikakvo značajnije opterećenje.
- Mjerenja deformacija oko podzemnih otvora u svijetu, ali i u Republici Hrvatskoj pokazala su **znatne priraste** naprezanja i deformacija za vrijeme eksploatacije kako u primarnoj podgradi tako i u sekundarnoj oblozi.

Analiza stanja deformacija u tunelu Pod Vugleš nakon šest godina eksploatacije.



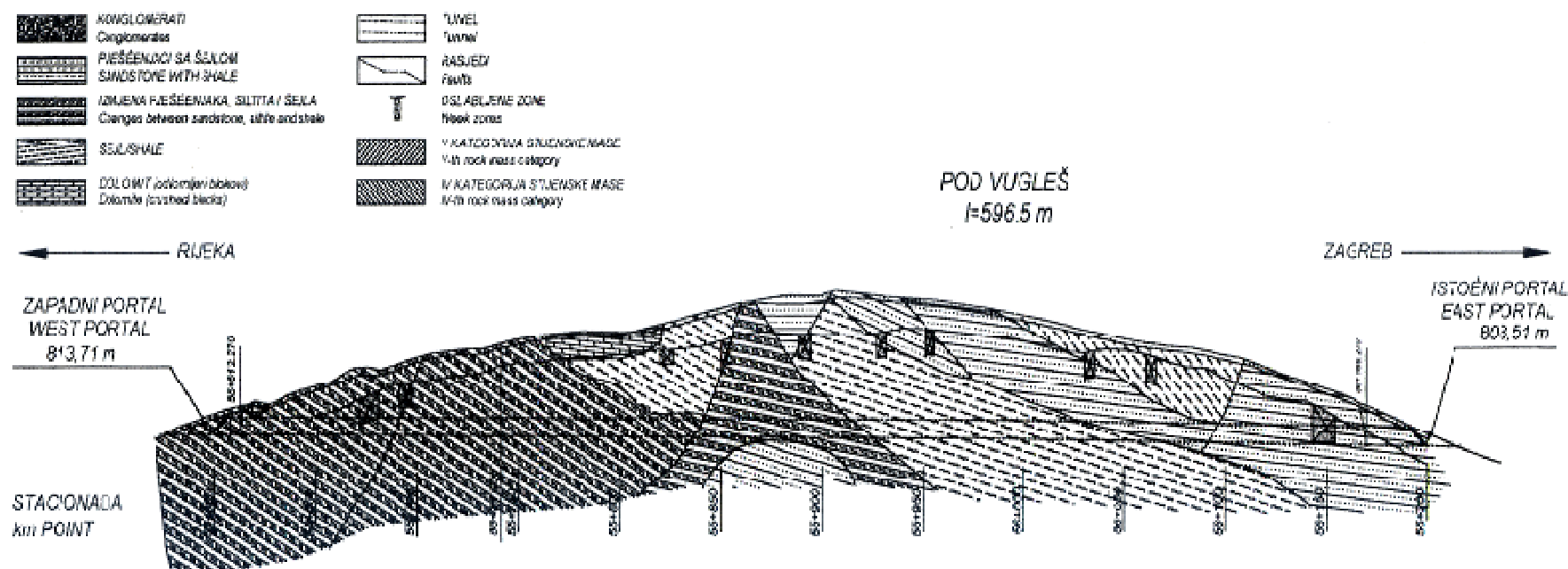
Tunel Pod Vugleš se nalazi na autocesti Rijeka-Zagreb. Čine ga dvije tunelske cijevi duljine 610 m. Lijeva tunelska cijev je završena 2000.godine, a izvedba desne je započeta 2006. godine.



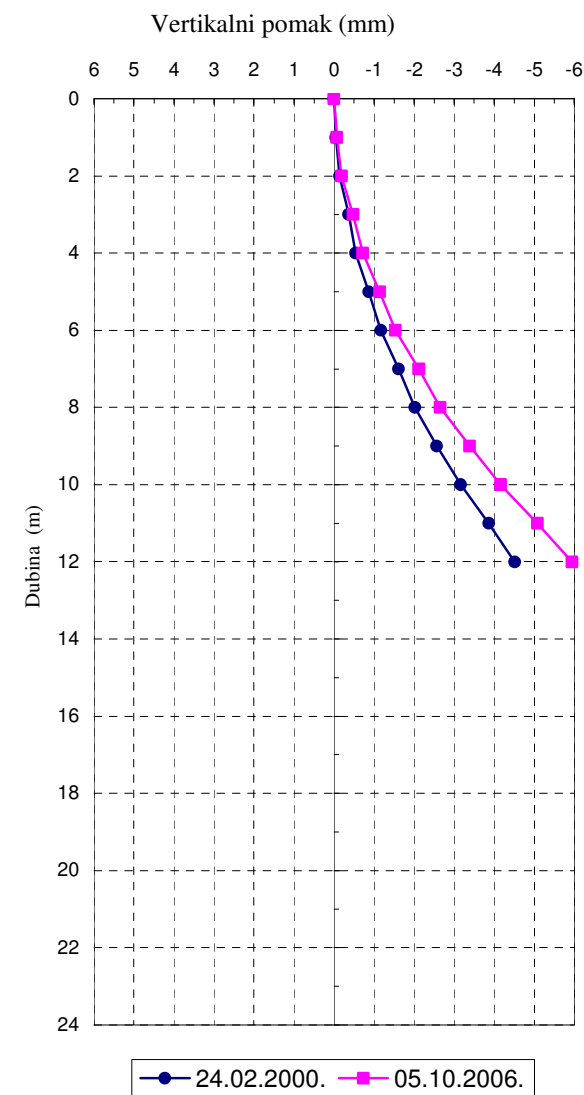
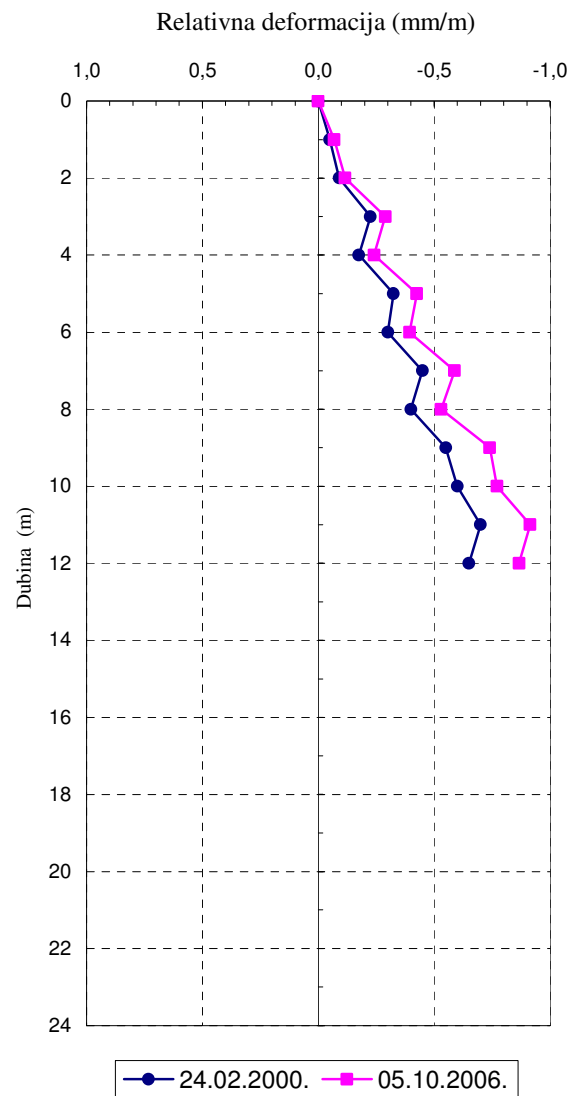
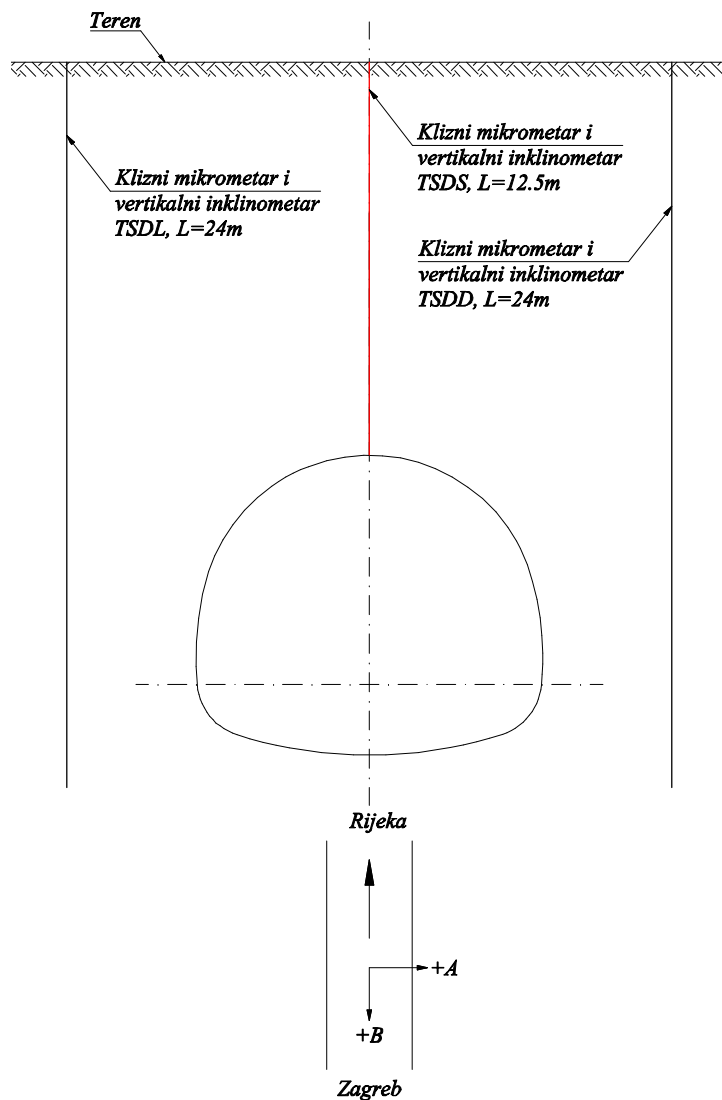
Analiza stanja deformacija u izvedenim tunelima

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

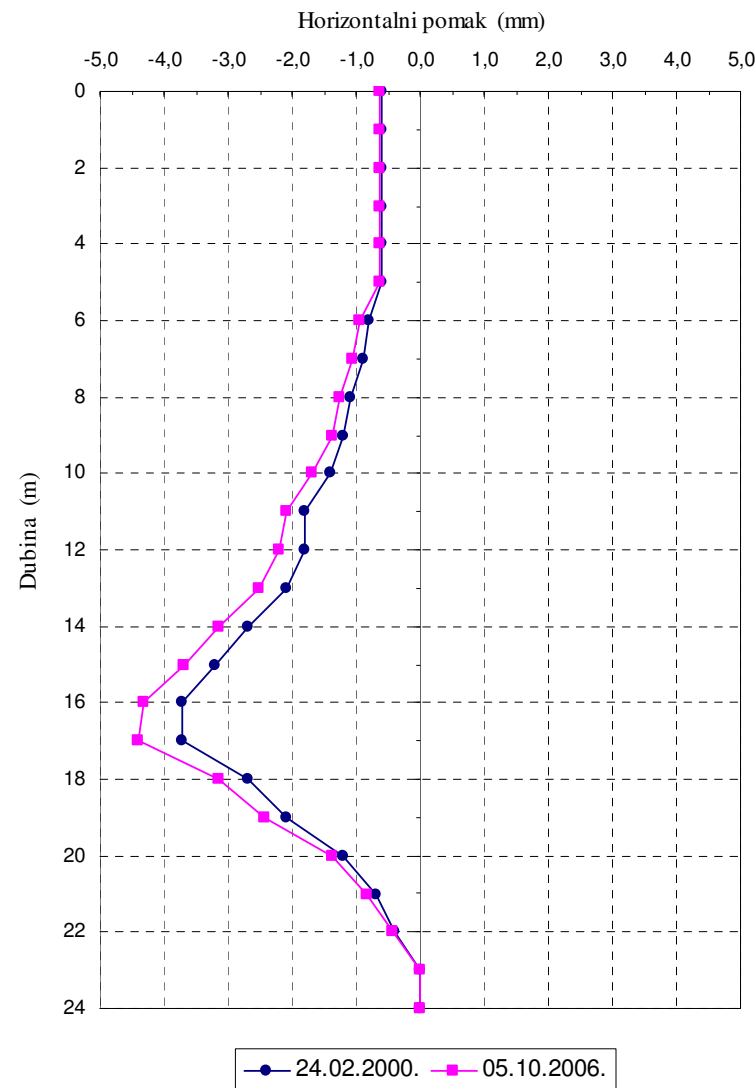
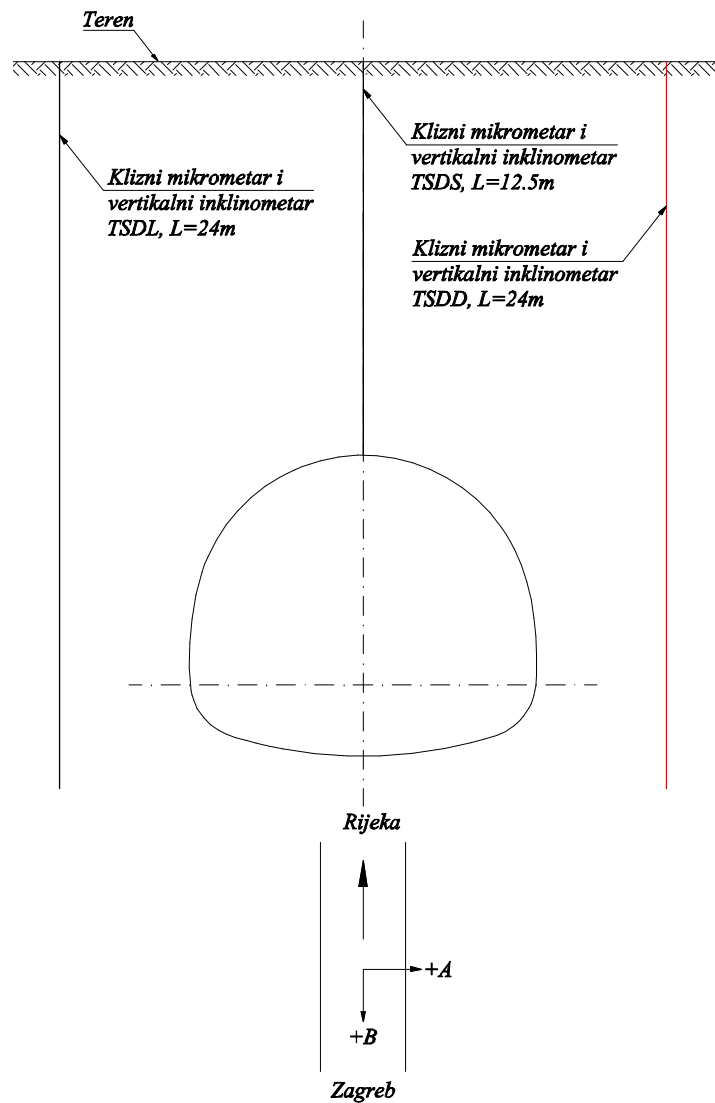
Za potrebe projektiranja predmetnog tunela Pod Vugleš obavljena su detaljna geološka, inženjersko-geološka, hidrogeološka i geotehnička istraživanja na širem području trase južne i sjeverne cijevi.



Inženjersko-geološki uzdužni profil južne cijevi tunela Pod Vugleš



Vertikalne relativne deformacije i pomaci u srednjoj mjernoj cijevi (TSDS)



Horizontalni pomaci u smjeru "A" u desnoj mjernoj cijevi (TSDD)



Analiza stanja deformacija u izvedenim tunelima

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

Analiza rezultata mjerenja

Iako su mjerenja nakon izvedbe lijeve cijevi tunela Pod Vugleš pokazivala potpuni prestanak prirasta deformacija, mjerenja provedena prije početka izvedbe desne cijevi tunela pokazala su značajne priraste deformacija.

Profil	TSDL	TSDS	TSDD
	[mm]	[mm]	[mm]
$u_{v,2000}$	4.80	4.50	4.50
$u_{v,2006}$	6.00	6.00	5.70
$u_{hA,2000}$	3.20	-	3.75
$u_{hA,2006}$	3.80	-	4.40
$u_{hB,2000}$	3.60	1.90	3.90
$u_{hB,2006}$	4.10	2.10	4.50

Vertikalni pomaci porasli su do 30%.

Horizontalni pomaci okomito na os tunela porasli su do 16%.

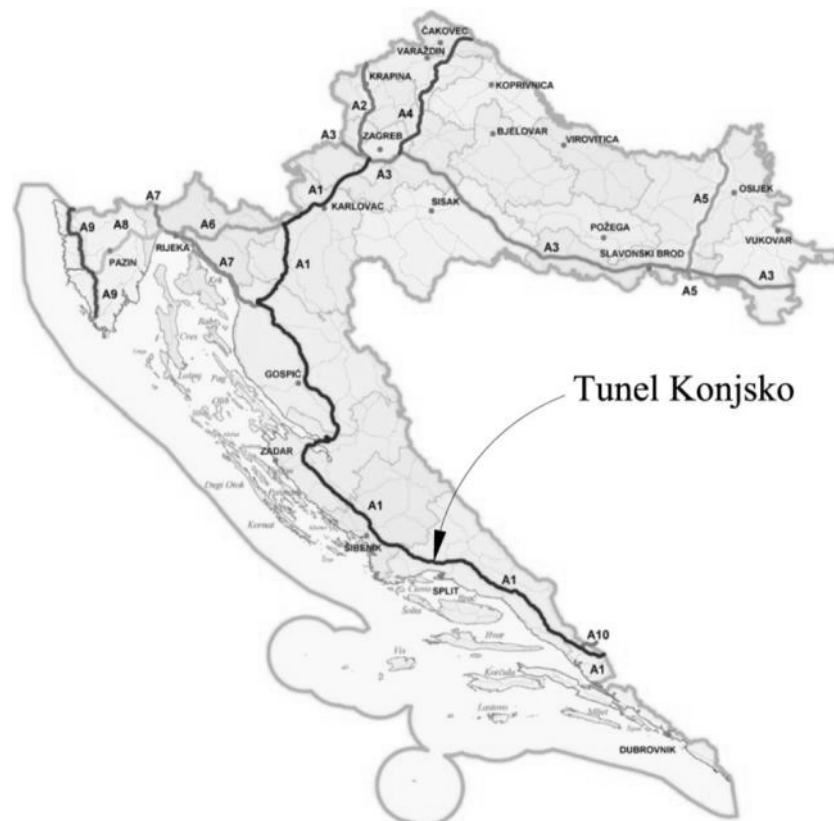
Horizontalni pomaci u smjeru osi tunela porasli su do 8%.



Analiza stanja deformacija u izvedenim tunelima

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

Analiza stanja deformacija u tunelu Konjsko nakon šest godina eksploatacije



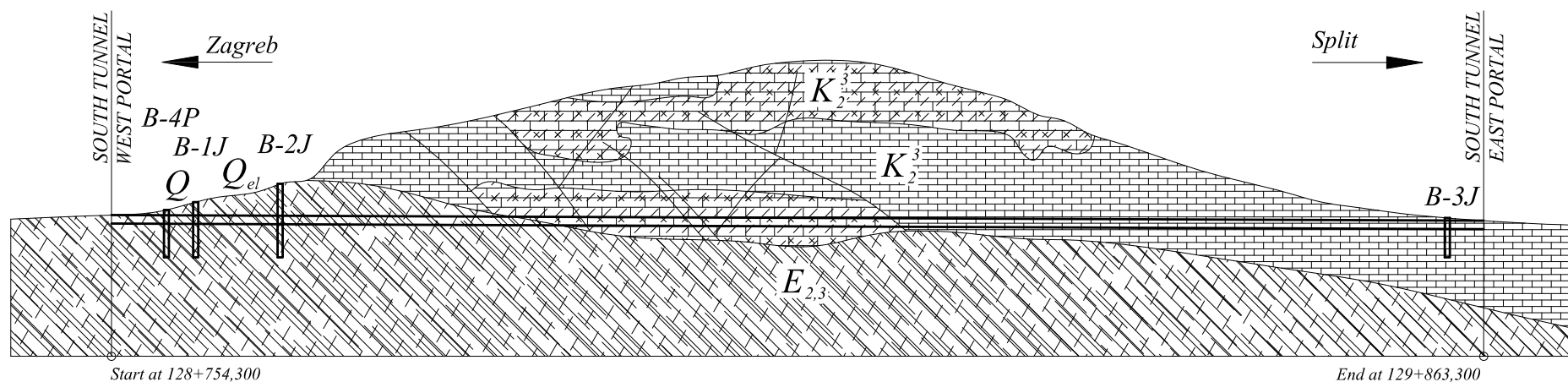
Tunel Konjsko se nalazi na autocesti Zagreb-Split. Duljine sjeverne cijevi iznosi 1326.0m, a južne 1133.8m. Tunel je završen 2003. godine.



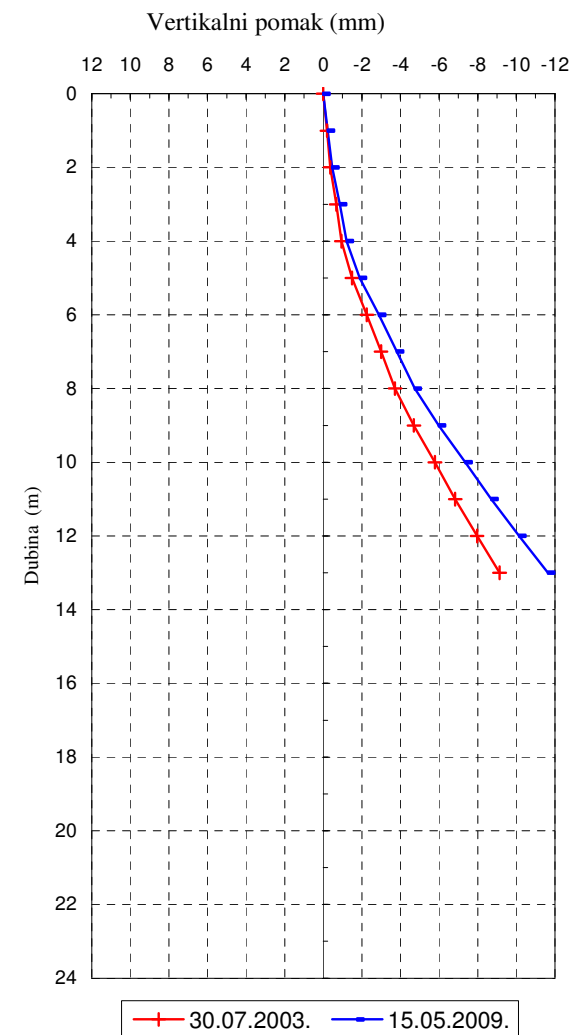
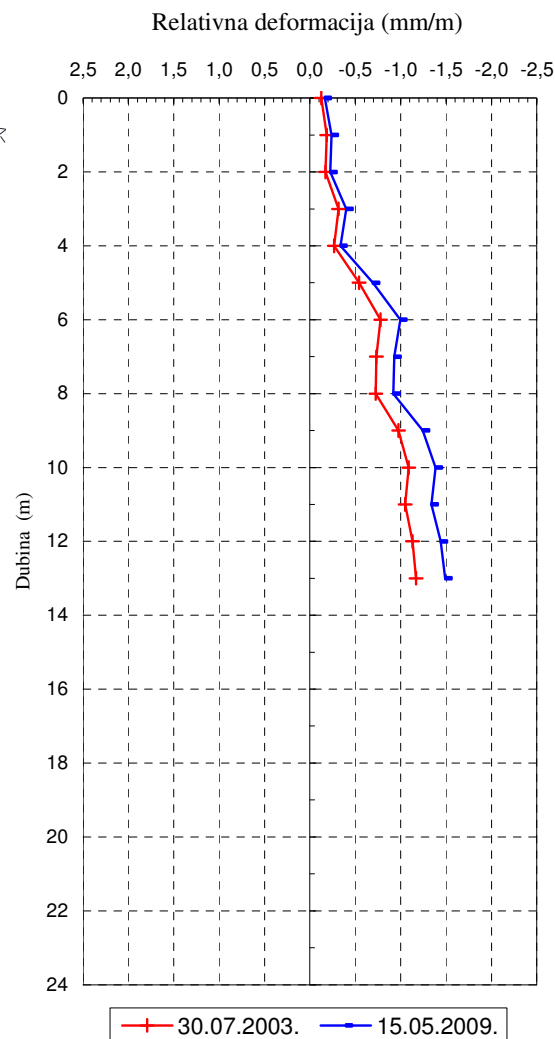
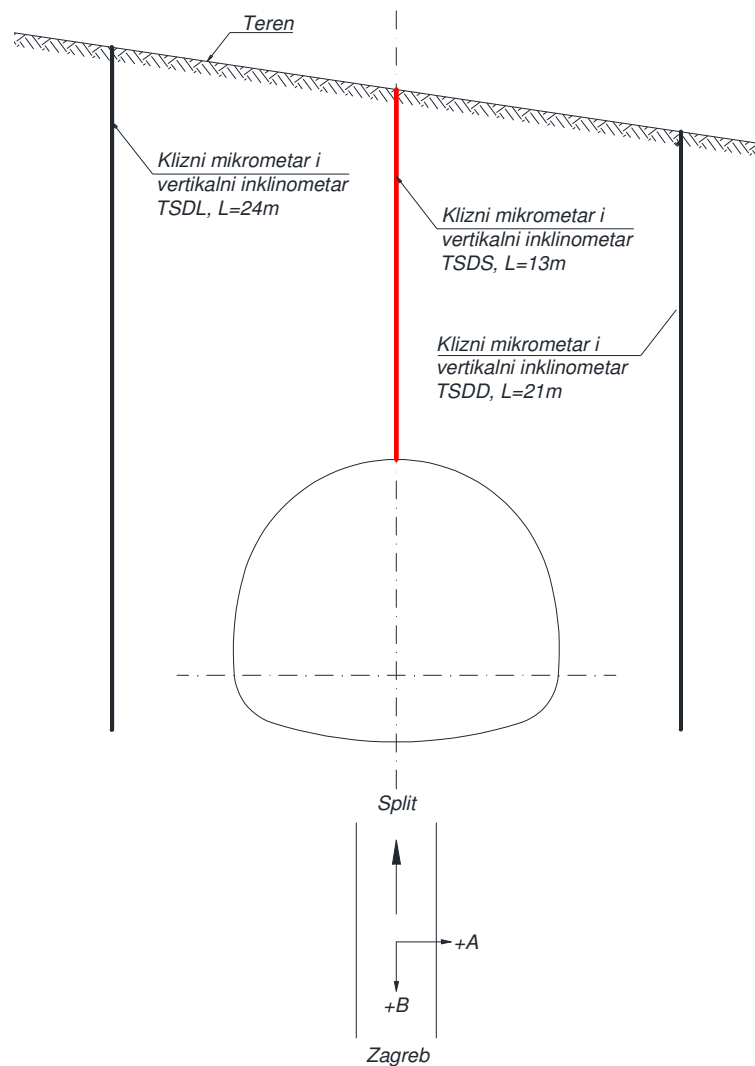
Analiza stanja deformacija u izvedenim tunelima

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

Za potrebe projektiranja predmetnog tunela Konjsko obavljena su detaljna geološka, inženjersko-geološka, hidrogeološka i geotehnička istraživanja na širem području trase južne i sjeverne cijevi.



Inženjersko-geološki uzdužni profil južne cijevi tunela Konjsko

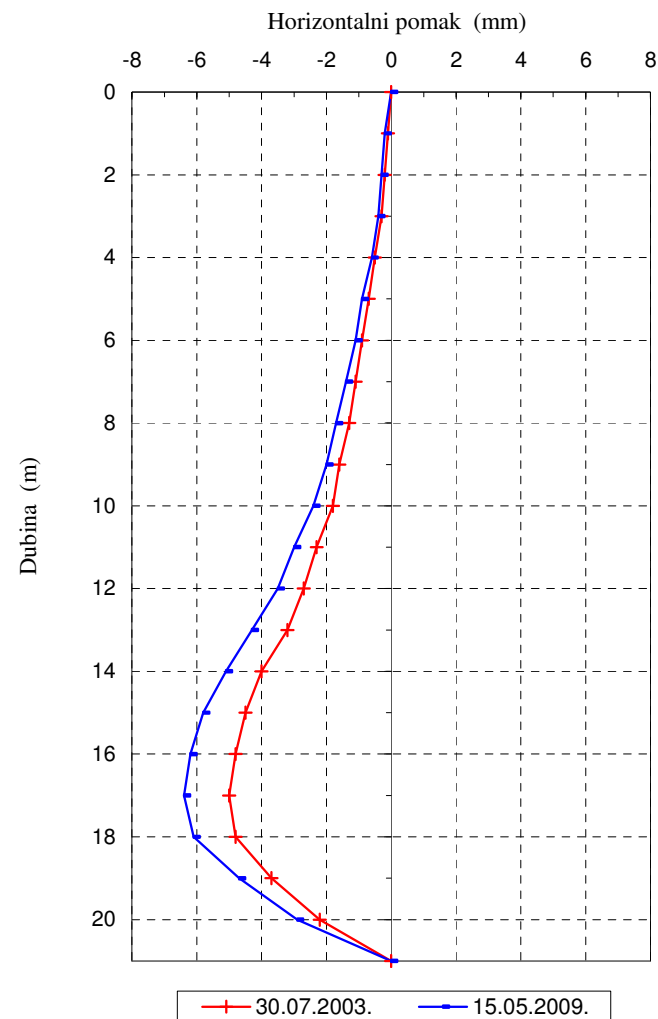
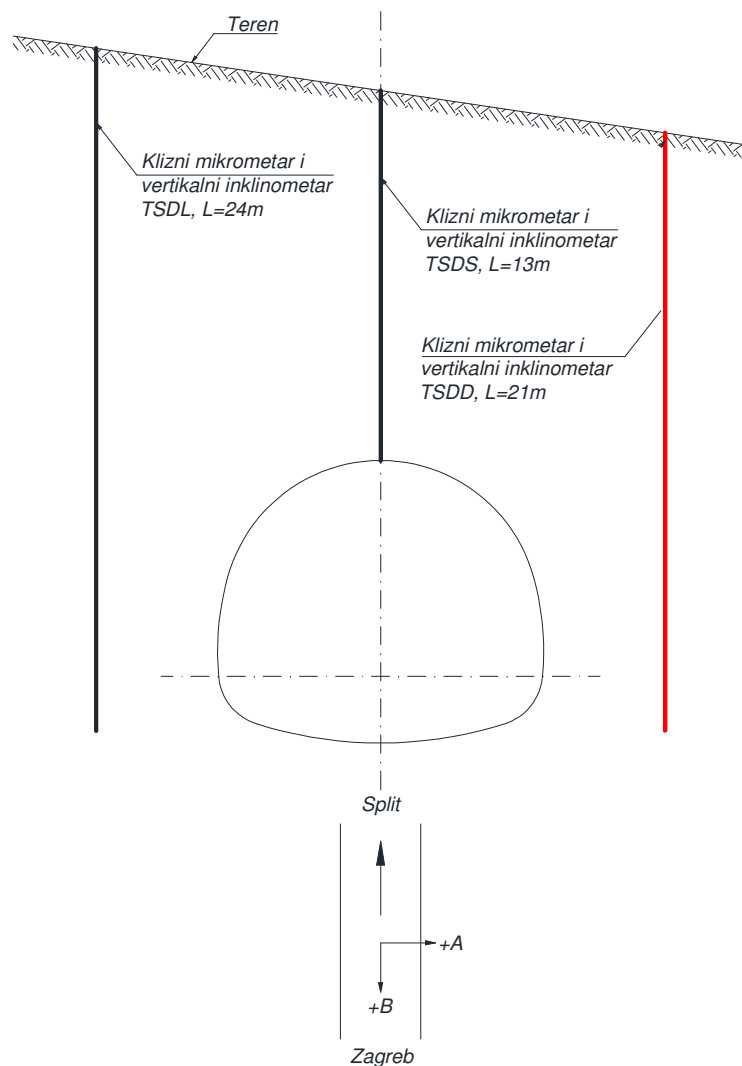


Vertikalne relativne deformacije i pomaci u srednjoj mjernoj cijevi (TSDS)



Analiza stanja deformacija u izvedenim tunelima

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU



Horizontalni pomaci u smjeru "A" u desnoj mjernoj cijevi (TSDD)



Analiza stanja deformacija u izvedenim tunelima

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

Analiza rezultata mjerenja

Iako su mjerenja nakon završetka tunela Konjsko pokazivala potpuni prestanak prirasta deformacija, mjerenja provedena šest godina kasnije, pokazala su značajne priraste deformacija.

Profil	TSDL	TSDS	TSDD
	[mm]	[mm]	[mm]
$u_{v,2003}$	8.53	9.13	8.32
$u_{v,2009}$	10.52	11.64	10.35
$u_{hA,2003}$	5.50	0.60	-5.00
$u_{hA,2009}$	6.90	0.80	6.40
$u_{hB,2003}$	3.10	2.90	2.70
$u_{hB,2009}$	3.90	3.80	3.60

Vertikalni pomaci su porasli do 28%.

Horizontalni pomaci su porasli do 31%.

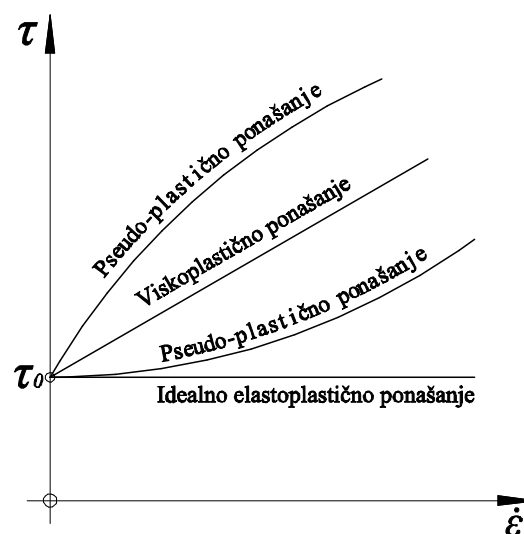
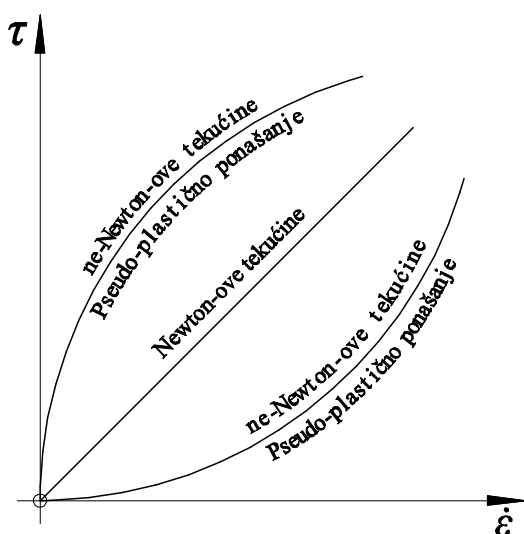


Analiza stanja deformacija u izvedenim tunelima

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

- Mjerenja deformacija u stijenskom masivu tunela **Pod Vugleš** i **Konjsko** pokazala su **značajan prirast deformacija** tijekom eksploatacije. Mogući uzroci pojave pokotina i prirasta deformacija su skupljanje i puzanje betona, temperaturne promjene u tunelu te trajnost primarnog podgradnog sustava.
- Neophodno je koristiti numeričke modele koji osim nelinearnog odnosa naprezanja i deformacija uključuju i reološke karakteristike kako betona tako i stijenskog masiva.
- Koristeći napredne numeričke povratne analize mogu se utvrditi stvarni mehanizmi dugotrajnog ponašanja cijelog podgradnog sustava i stvarni uzroci prirasta deformacija za vrijeme eksploatacije, te prognozirati daljnji tijek dugotrajnih deformacija.

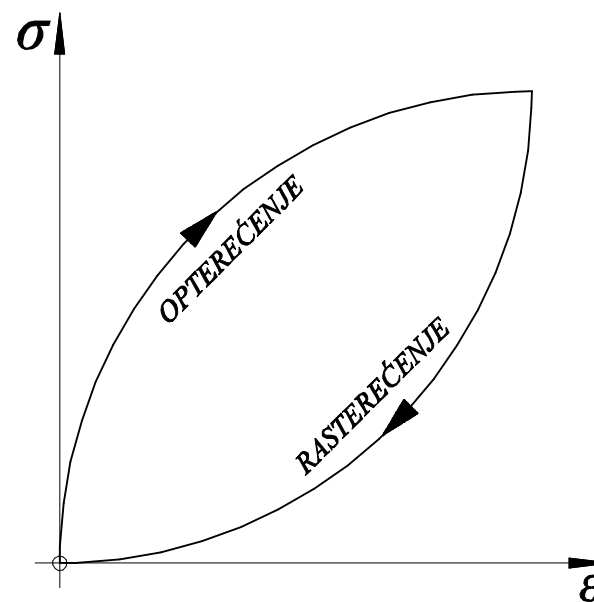
U prirodi se materija pojavljuje sa **elastičnim**, **viskoznim** i **plastičnim** svojstvima, te njihovim sinergijama, pri čemu neke od tih osobina mogu biti zastupljene u većoj, a druge u manjoj mjeri. Ta svojstva se pod djelovanjem “vanjskih” utjecaja javljaju istovremeno ili jedna za drugom. Stvarno ponašanje materije ponekad je izrazito kompleksno, pa su stoga i veze deformacija i naprezanja složenije. Klasična mehanika kontinuuma, u prošlosti, poznavala je dvije vrste materijala, **elastična čvrsta tijela** (Hookovo tijelo) i **idealne fluide** (Newton-ov fluid).



Detaljnija ispitivanja su pokazala da u skupini elastičnih čvrstih materijala, gotovo uvijek ima viskoznih (npr. viskoelastičnost) ili drugih neelastičnih pojava (npr. viskoplastičnost), pa znanost o reologiji razmatra upravo takve pojave.



Viskoelastični materijal



Karakteristično viskoelastično ponašanje



Dugotrajno ponašanje stijenske mase

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

- Ako se brzina deformacije materijala linearno povećava sa povećanjem naprezanja tada takav materijal nazivamo **idealno viskozan**.
- Ako se deformacija materijala linearno povećava sa povećanjem naprezanja tada takav materijal nazivamo **idealno elastičan**.
- Ako se deformacija materijala linearno povećava pri konstantnom naprezanju tada takav materijal nazivamo **idealno plastičan**.



Dugotrajno ponašanje stijenske mase

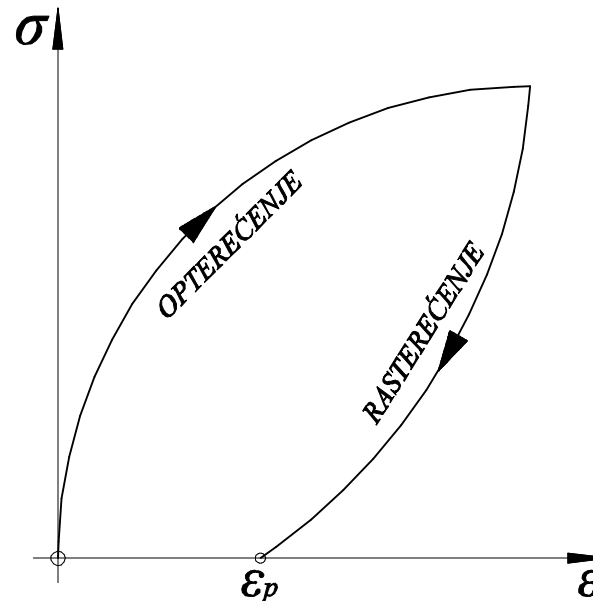
ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

- **Viskozni** materijali kada se podvrgnu određenom naprezanju, pružaju otpor posmičnom tečenju i linearno se deformiraju sa vremenom.
- **Elastični** materijali kada se podvrgnu vlačnom naprezanju, deformiraju se trenutno i vraćaju se u prvobitan položaj nakon uklanjanja opterećenja.
- **Plastični** materijali kada se podvrgnu naprezanju koje je iznad njihove čvrstoće počnu se nepovratno, plastično deformirati.
- **Viskoelastični** materijali posjeduju oba ta svojstva i kad su podvrgnuti naprezanjima, karakteriziraju ih **vremenski ovisne deformacije**.

➤ **Viskoplastičnost** je svojstvo materijala (*polimeri, epoksidi, bitumeni, beton i drugi, ali i metali, naročito pri povišenim temperaturama*) da iskazuje “**neelastično**” ponašanje kada ga se izloži promjeni stanja naprezanja. Neelastično ponašanje karakterizira plastična deformacija, što znači da se materijal počinje nepovratno, plastično deformirati kada je izložen razini naprezanja iznad čvrstoće materijala.



Fluidi različitih viskoznosti



Karakteristično viskopastično ponašanje



Dugotrajno ponašanje stijenske mase

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

- Ponašanje stijenske mase, opažano u podzemnim građevinama, ponekad ukazuje na veće „zakašnjele“ deformacije koje mogu dovesti do sloma u stijenskoj masi. Ovaj fenomen ilustrira dugotrajno, viskozno ponašanje stijene i progresivno oštećenje koje se pojavljuje nakon preraspodjele naprezanja u okolini otvora.
- Zakašnjeli slom se može pojaviti nekoliko sati ili nekoliko godina poslije iskopa.
- Veličina dugotrajnih deformacija ovisi o materijalu i vrsti ispitivanja. Na dugotrajno ponašanje stijene mogu utjecati fizikalno-kemijski parametri stijene (**mineralogija, poroznost i sadržaj vode**), te neki “vanjski” parametri (**devijatorsko naprezanje, brzina deformacije i temperatura**).



Dugotrajno ponašanje stijenske mase

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

Kod dugotrajnog ponašanja stijenske mase bitno je razdvojiti dva pojma:

- **puzanje** (*creep*) i
- **dugotrajno deformiranje.**

- **Puzanje** je proces kontinuiranog deformiranja materijala pod konstantnim opterećenjem i odnosi se na intaktni, laboratorijski uzorak stijene.
- **Dugotrajno deformiranje** je proces kontinuiranog deformiranja stijenske mase oko podzemnog otvora zbog konstantnog naprezanja koje je nastalo nakon preraspodjele naprezanja od iskopa. Tako nastale **dugotrajne deformacije** su kompleksan rezultat puzanja intaktne stijene, puzanja mnoštva diskontinuiteta i zakašnjelog razvoja novih pukotina.



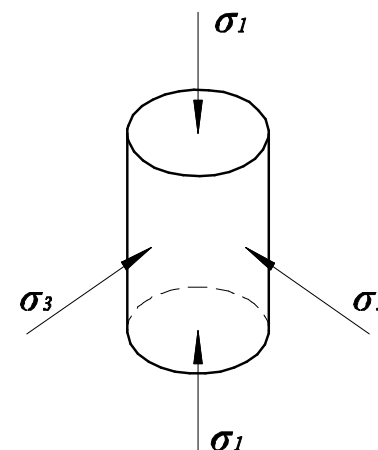
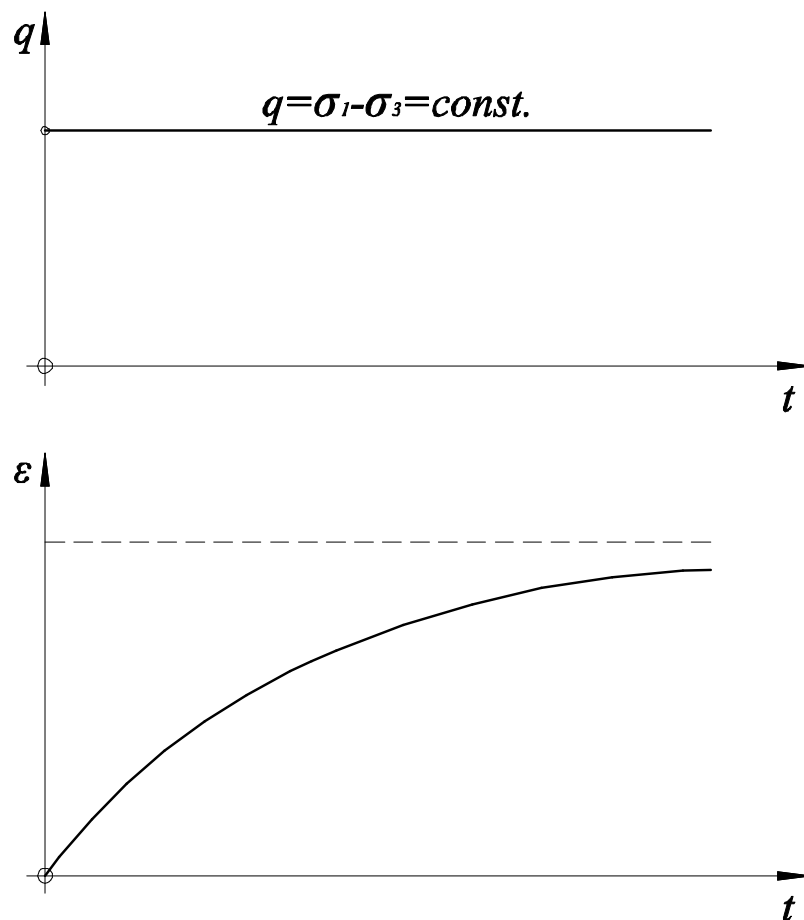
Dugotrajno ponašanje stijenske mase

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

Dugotrajne deformacije se mogu analizirati iz rezultata:

1. Pokusa puzanja
2. Pokusa relaksacije
3. Jednoosno monotono-kvazistatičnog pokusa u preši

1. Pokus puzanja – devijatorsko naprezanje je konstantno u vremenu.



σ_1 - veće glavno naprezanje pri slomu
 σ_3 - manje glavno naprezanje pri slomu
 q - devijator naprezanja
 ε - deformacija
 t - vrijeme

Dijagrami ovisnosti $\varepsilon - t$, $\sigma - t$ za $q = \sigma_1 - \sigma_3 = \text{const.}$

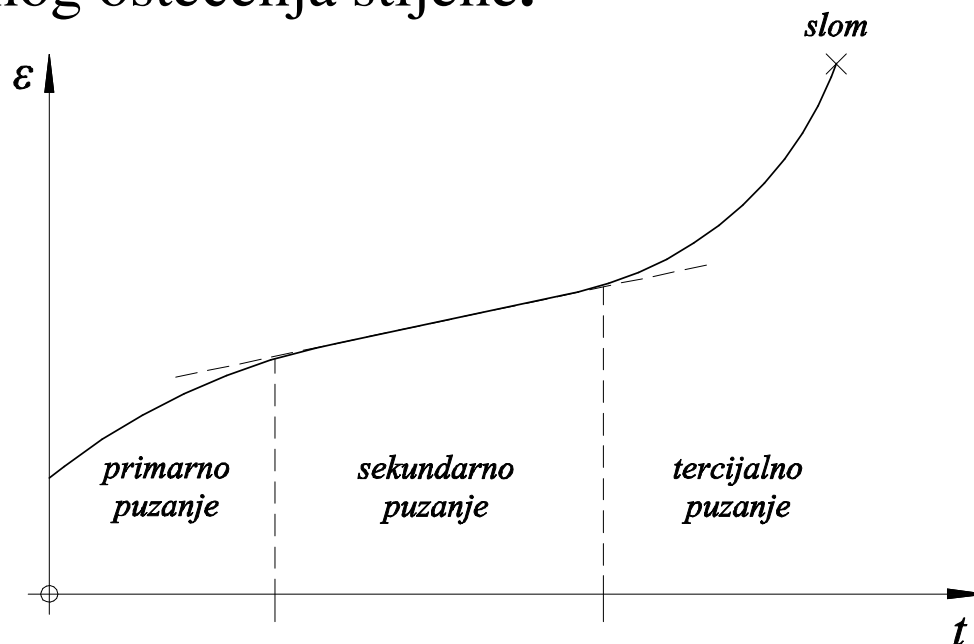


Dugotrajno ponašanje stijenske mase

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

Tijekom pokusa puzanja, mogu se uočiti tri karakteristične faze:

1. **Primarno puzanje** – brzina deformacije opada, a dugotrajne deformacije se stabiliziraju tokom vremena,
2. **Sekundarno puzanje** – brzina deformacije je konstantna,
3. **Tercijalno puzanje** – brzina deformacije se povećava zbog progresivnog oštećenja stijene.



Karakteristična krivulja puzanja



Dugotrajno ponašanje stijenske mase

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

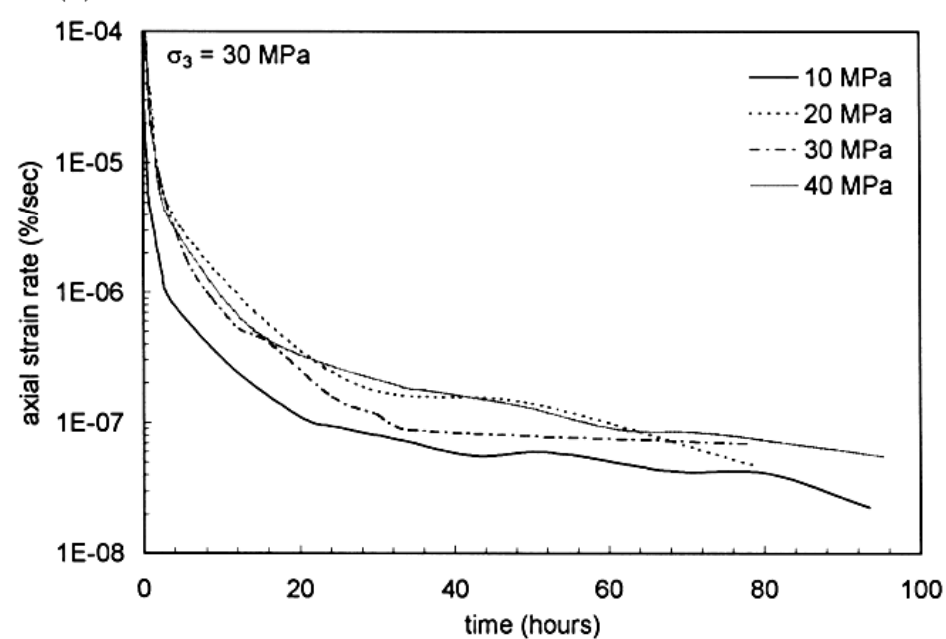
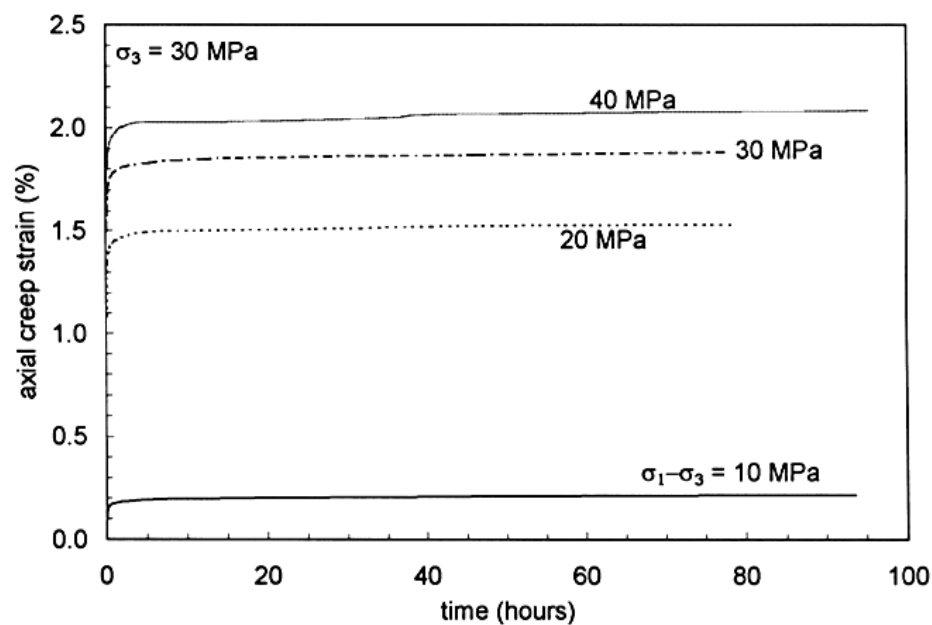
- Nakon trenutne deformacije slijedi primarno puzanje u kojem se deformacije događaju pri smanjenju brzine deformacije u vremenu. U nekim stijenama krivulja primarnog puzanja dolazi u stanje konstantne brzine deformacije, koje još zovemo i sekundarno puzanje.
- U uzrocima koji su opterećeni blizu vršne čvrstoće, sekundarno puzanje dolazi u stanje tercijalnog puzanja kod kojeg brzina deformacije materijala u vremenu raste, što uzrokuje slom od puzanja. Pojedine vrste stijena ponašaju se na način da nema sekundarnog puzanja, već postoji trenutni prijelaz iz primarnog u tercijalno puzanje.
- Vjerovatno ne postoji idealna, linearno viskoelastična stijena. Ipak, primjenom teorija linearne viskoelastičnosti, na problem puzanja određenih stijenskih masa moguće je dobiti rezultate koji se u velikoj mjeri poklapaju sa izmjerenim vrijednostima.



Dugotrajno ponašanje stijenske mase

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

Prikaz rezultata pokusa puzanja:



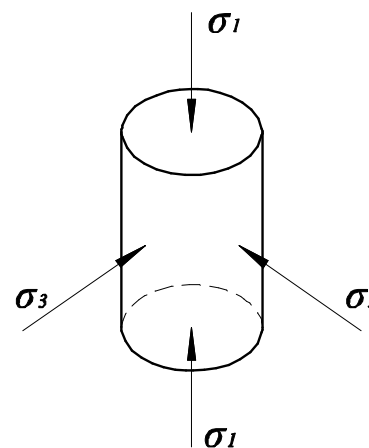
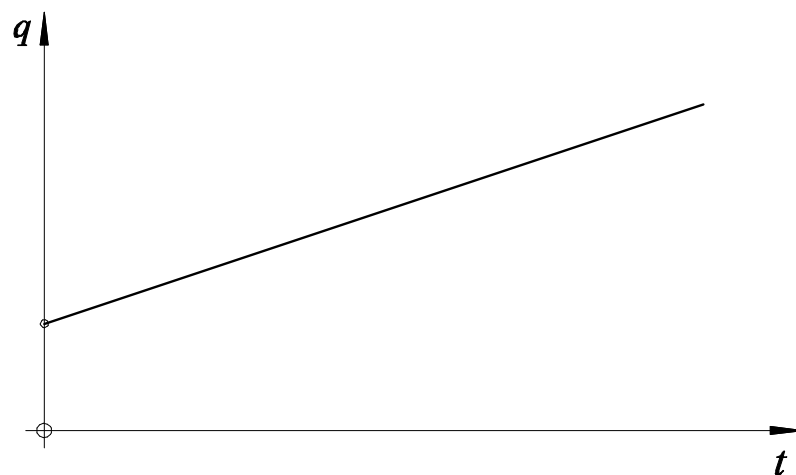
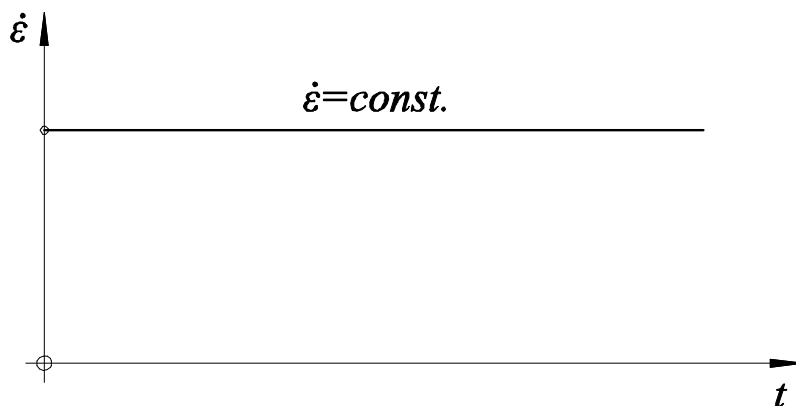
Pokus puzanja



Dugotrajno ponašanje stijenske mase

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

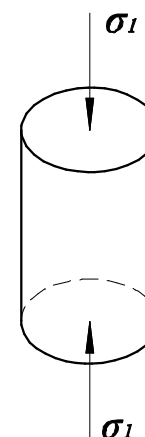
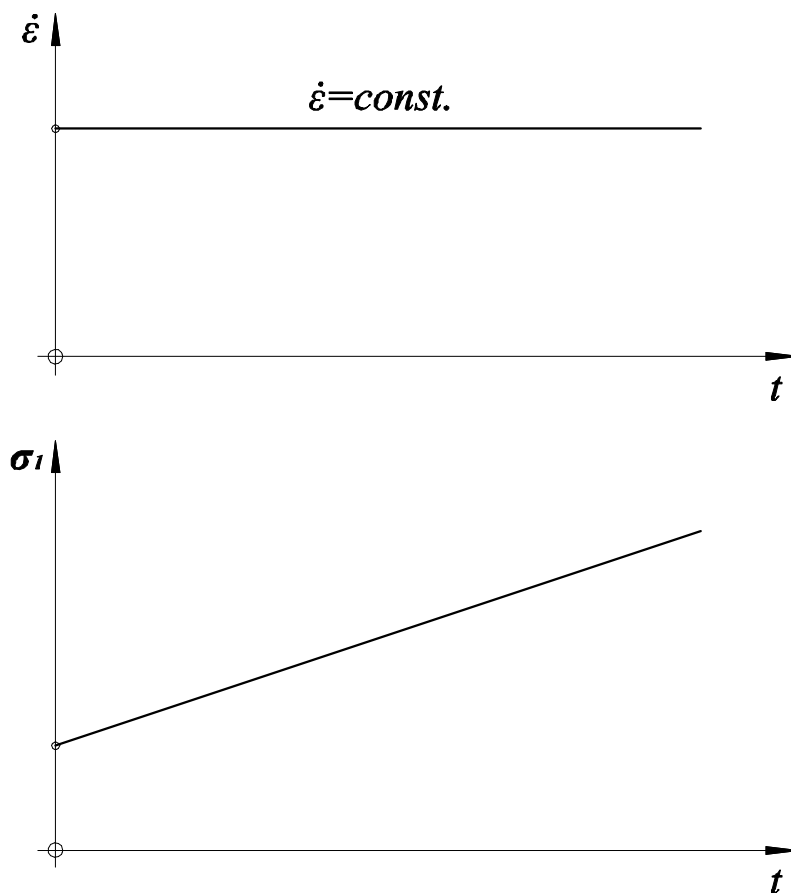
2. Pokus relaksacije – brzina deformacije je konstantna u vremenu.



σ_1 - veće glavno naprežanje pri slomu
 σ_3 - manje glavno naprežanje pri slomu
 q - devijator naprežanja
 $\dot{\epsilon}$ - brzina deformacije
 t - vrijeme

Dijagrami ovisnosti $\epsilon - t$, $\sigma - t$ za $\epsilon = \text{const.}$

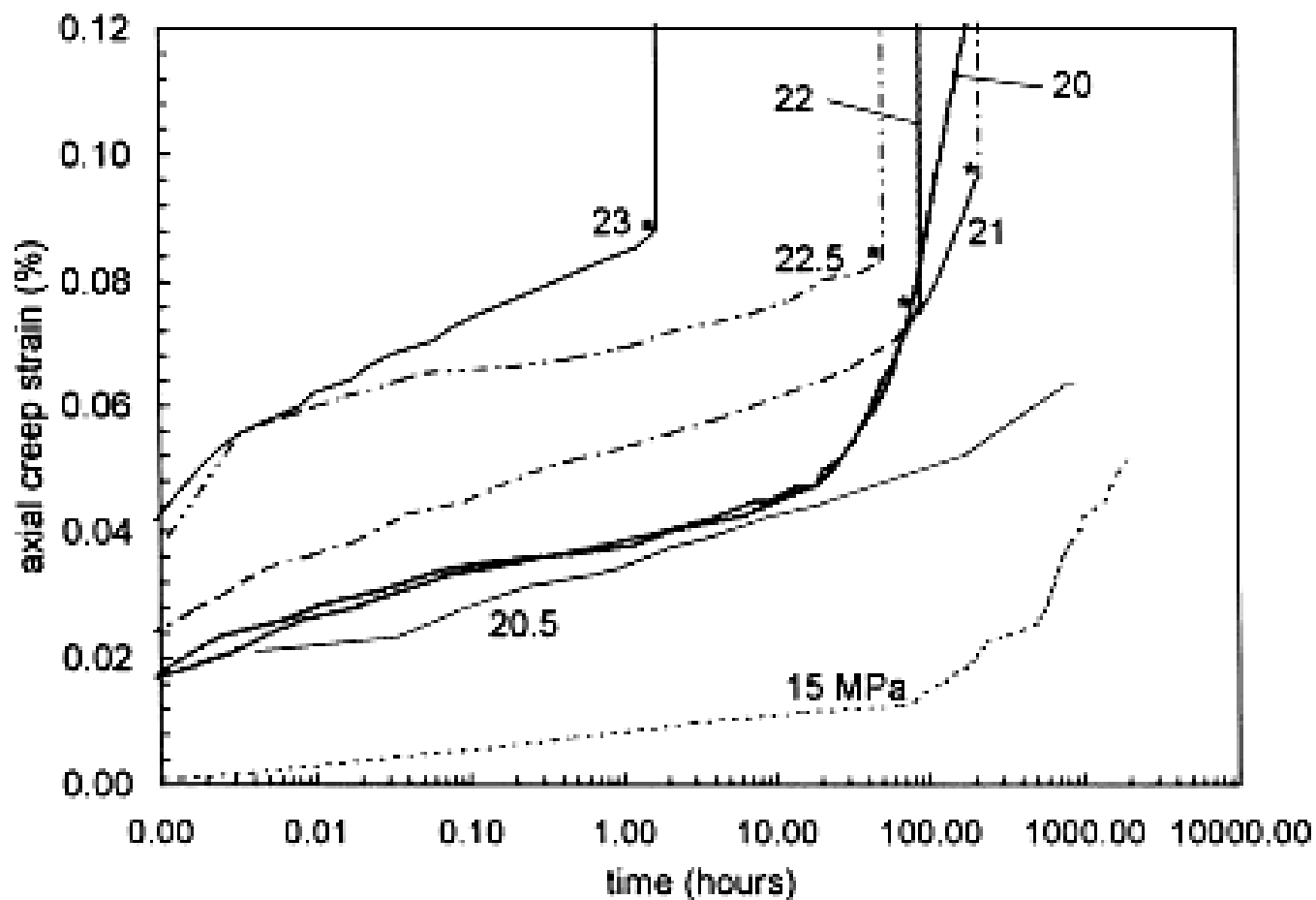
3. Jednoosno monotono-kvazistatičan pokus u preši – opterećenje pri vrlo malim brzinama deformacije.



σ_1 - glavno naprezanje pri slomu
 $\dot{\epsilon}$ - brzina deformacije
 t - vrijeme

Dijagrami ovisnosti $\epsilon - t$, $\sigma - t$ za $\epsilon = \text{const.}$

Prikaz rezultata jednoosno monotono-kvazistatičnog pokusa u preši:



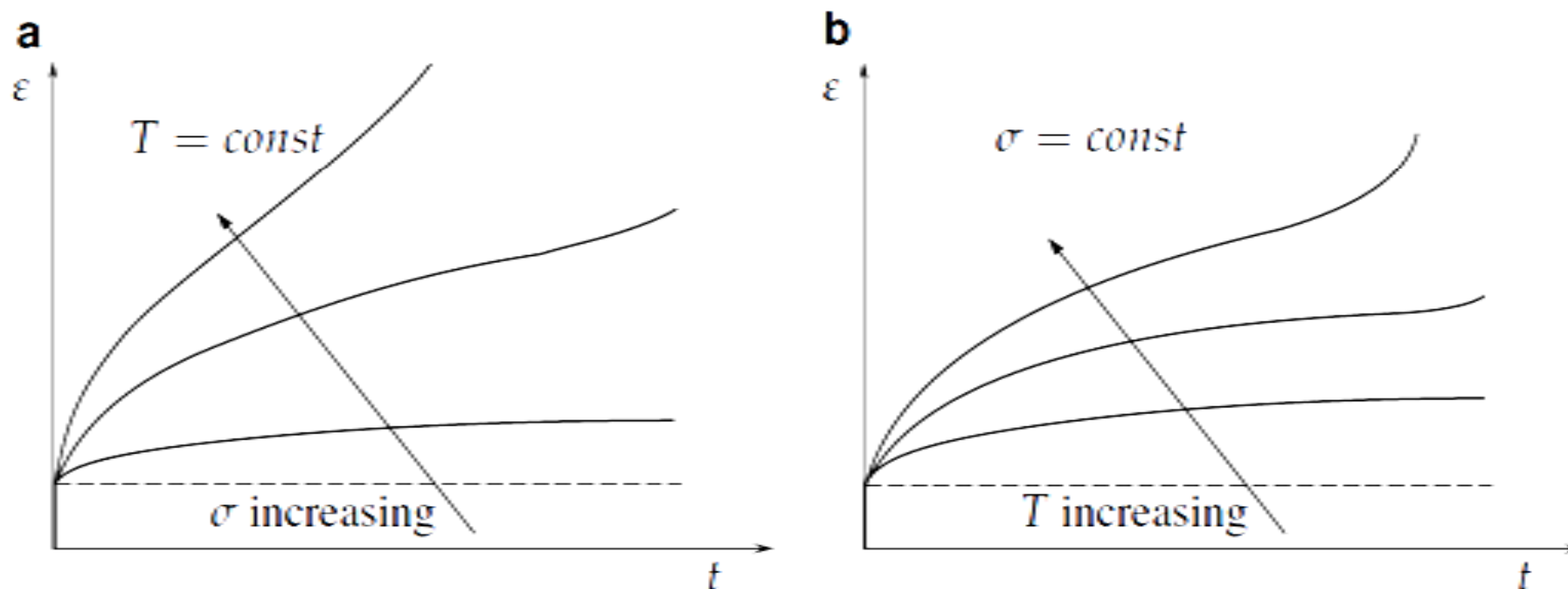
Jednoosno, monotono-kvazistatičan pokus u preši



Dugotrajno ponašanje stijenske mase

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

- Stvarni podaci o deformacijama ukazuju na neelastično ponašanje materijala, dok većina teorija o reologiji pretpostavlja linearno, viskoelastično ponašanje materijala.



Puzanje u ovisnosti o različitim “vanjskim” uvjetima



Osnovni elementi reoloških modela:

- **Hookov element**
- **Newtonov element**
- **Saint-Venantov element**

1. Hooke-ov element

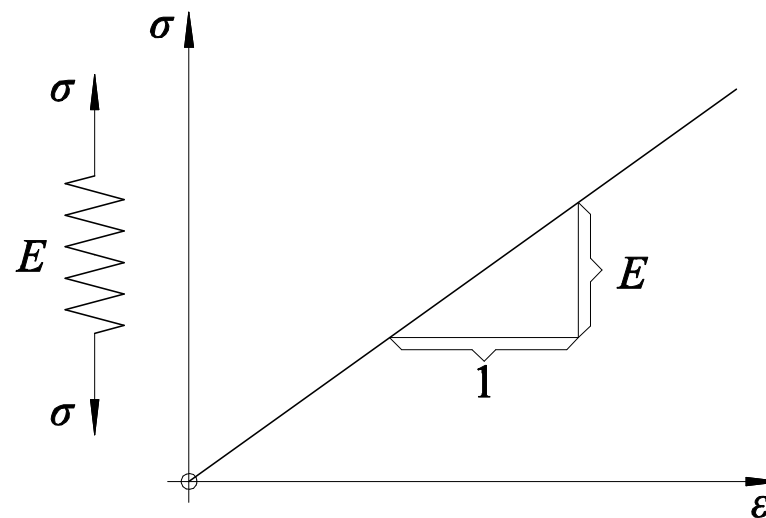
Mehanički model simboliziran je Hooke-ovom idealno-elastičnom oprugom. Ponašanje opruge je definirano linearnim, jednodimenzionalnim Hooke-ovim zakonom, koji kaže da je deformacija opruge proporcionalna primjenjenom opterećenju :

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

σ [N/m²] – naprezanje

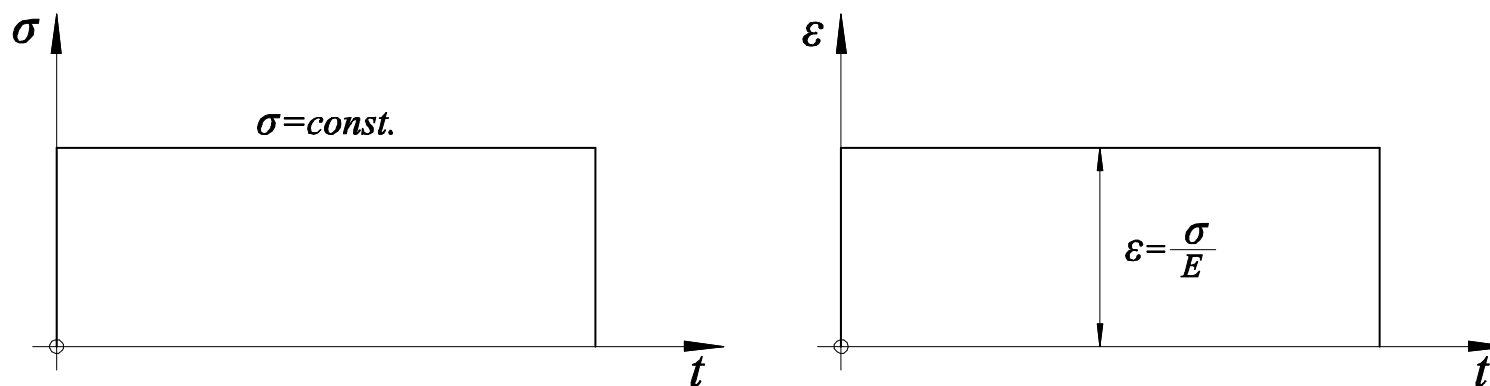
E [N/m²]– Young-ov modul elastičnosti

ε [%]– osna deformacija



Hooke-ov element

Za idealno elastično tijelo pretpostavlja se da deformacija nastupa trenutno i to u konačnom iznosu, te se nakon uklanjanja opterećenja tijelo vraća u prvobitan položaj.



Dijagrami ovisnosti $\sigma - t$ i $\varepsilon - t$

Tijela (*stijene*) sa takvim osobinama nazivamo "**Hooke-ovim tijelima**" i obilježavamo ih sa "H".

2. Newton-ov element

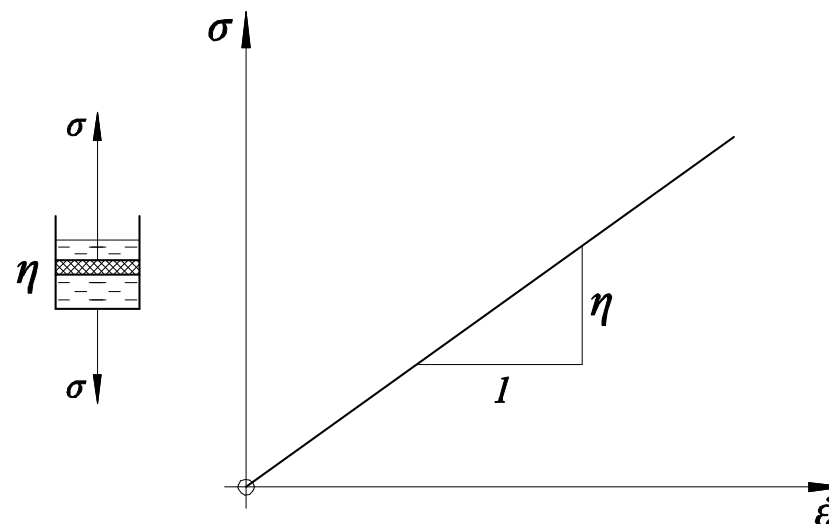
Mehanički model simboliziran je Newton-vim tijelom ili prigušivačem kojeg karakterizira svojstvo idealne viskoznosti i obilježava se oznakom "N". Ponašanje prigušivača je određeno jednodimenzionalnim Newton-ovim linearnim zakonom koji kaže da je brzina deformacije proporcionalna primjenjenom opterećenju.

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma}{\eta} \Rightarrow \varepsilon(t) = \frac{\sigma \cdot t}{\eta}$$

σ [N/m²] – naprezanje

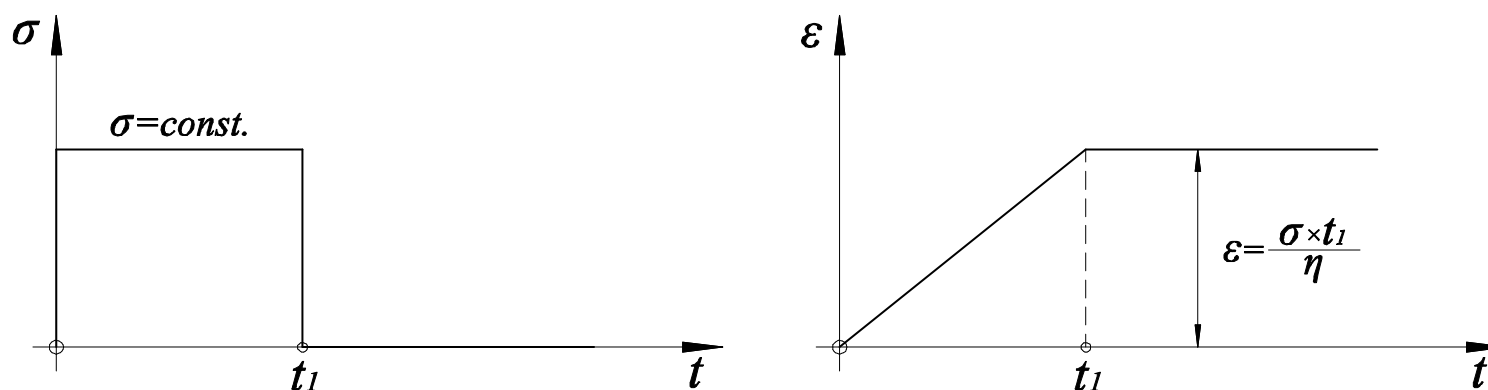
η [N×s/m²] – dinamička viskoznost

$\dot{\varepsilon}$ [%/s] – brzina deformacije odnosno
prva derivacija deformacije



Newtonov element

Ponašanje elementa određeno je viskoznošću „ η “, kojom se definira otpor materije tijekom promjene naprezanja. Taj otpor je proporcionalan djelovanju unutrašnjeg trenja. Nakon rasterećenja elementa ostaje trajna (nepovratna) deformacija.

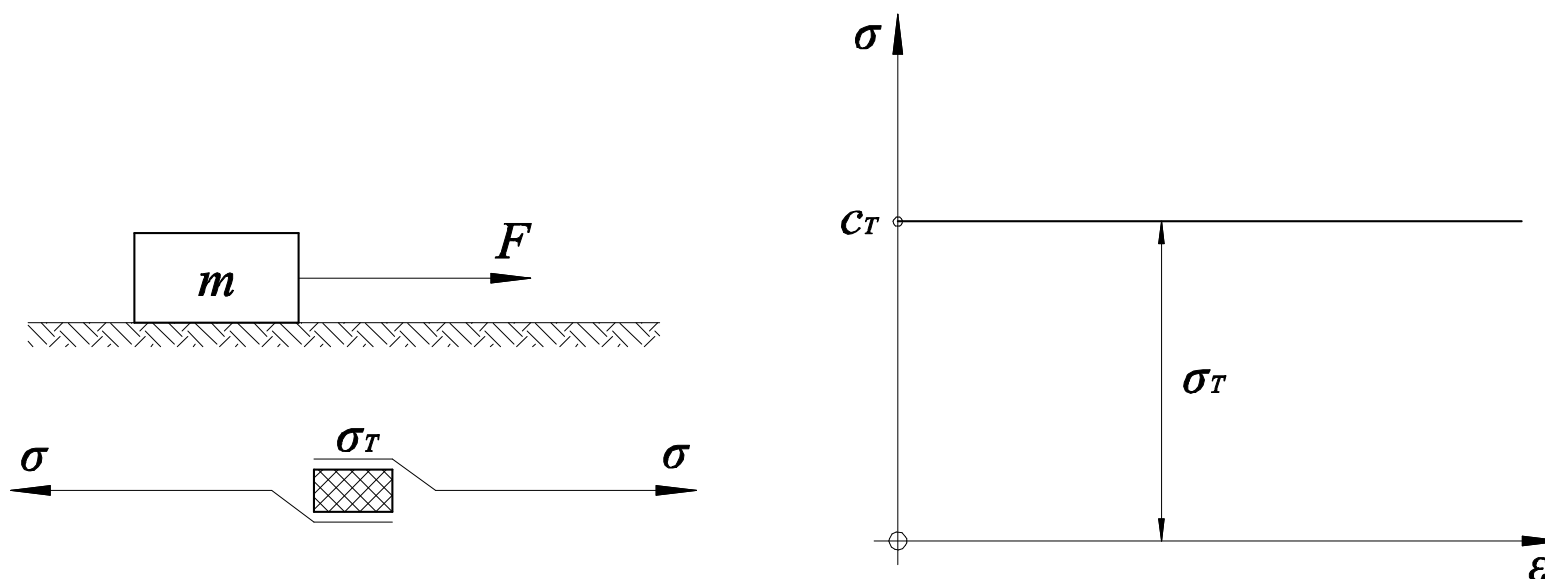


Dijagrami ovisnosti $\sigma - t$ i $\varepsilon - t$

Materijale idealno viskoznih osobina nazivamo “**Newton-ovim tijelima**” i obilježavamo ih oznakom “N”.

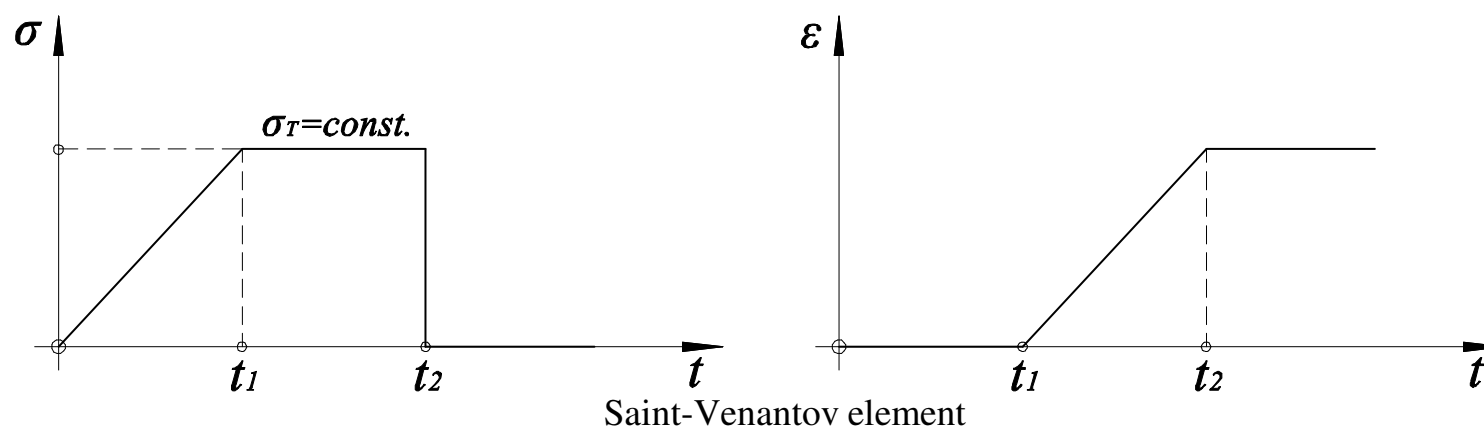
3. Saint-Venant-ov element

Saint Venant je predložio model idealno kruto-plastičnog materijala, koji ima svojstvo da ne pokazuje nikakve deformacije ε dok vrijednost naprezanja σ ne dosegne izvjesnu kritičnu vrijednost. Mehanički model simboliziran je klizačem, a njegovo ponašanje se opisuje situacijom u kojoj na tijelo mase "m" djeluje silom F , a nalazi se na hrapavoj, horizontalnoj površini.



Saint-Venantov element

Sve dok je primjenjeno naprezanje manje od granične sile trenja, tijelo je nepomično. Prekoračenjem granične sile trenja tijelo se počne gibati, odnosno plastično deformirati pri konstantnom naprezanju. Materijali koji imaju takve osobine se nazivaju "idealno plastičnima", pri čemu nakon rasterećenja ostaje trajna (nepovratna) deformacija.



Materijale idealno plastičnih osobina nazivamo “**St. Venant-ovim tijelima**” i obilježavamo ih oznakom “St. V”.



Složeni reološki modeli

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

Složeni reološki modeli sastavljeni su od više jednostavnih modela. Mogu se sastojati samo od dva jednostavna modela kao što su npr. Maxwell-ov i Kelvin-Voigt-ov model ili od kombinacije triju ili više osnovnih modela, koji se često nazivaju troparametarski ili višeparametarski modeli viskoelastičnih materijala, npr. Burgers-ov model. Što je materijal složeniji u svojoj strukturi i ponašanju to je potrebno više osnovnih modela ugraditi u njegov model ponašanja.

Složeni reološki modeli (*visko-elasto-plastični modeli*)

- **Kelvin-Voigt-ov model**
- **Maxwell-ov model**
- **Bingham-ov model**
- **Loonen-ov model**
- **Generalizirani Kelvin-ov model**
- **Generalizirani Maxwell-ov model**
- **Burgers-ov visko-elastični model**
- **Burgers-ov visko-plastični model**



Složeni reološki modeli

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

- Kombinacijom reoloških elemenata dobiju se reološki modeli, koji mogu opisati ponašanje različitih prirodnih materijala (*stijena*) u vremenu. Reološki elementi mogu se slagati:
 - a) **paralelno** - opisane pojave događaju se istovremeno,
 - b) **serijski** - opisane pojave događaju se jedna za drugom.

- Ako su elementi vezani paralelno, njihova veza je kruta, tj. ukupna naprezanja raspoređuju se na pojedine, paralelno vezane elemente, a deformacije su jednake.
- Kod serijski vezanih elemenata, ukupno se naprezanje prenosi na sve elemente jednako, a ukupna deformacija predstavlja zbroj deformacija pojedinih elemenata.



Složeni reološki modeli

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

Složene modele možemo prikazati shematski (*crtežima*) ili strukturnim jednadžbama primjenjujući pri tome sljedeće simbole:

H = Hooke-ovo tijelo

N = Newton-ovo tijelo

St. V = Saint-Venant-tovo tijelo

— serijska veza

|| paralelna veza

Najznačajnija tijela koja se mogu prikazati sa dva elementa su:

- **Kelvin-Voigt-ovo tijelo (K)**

$$K = H || N$$

- **Maxwel-ovo tijelo (M)**

$$M = H — N$$

- **Bingham-ovo tijelo (B)**

$$B = St.V || N$$

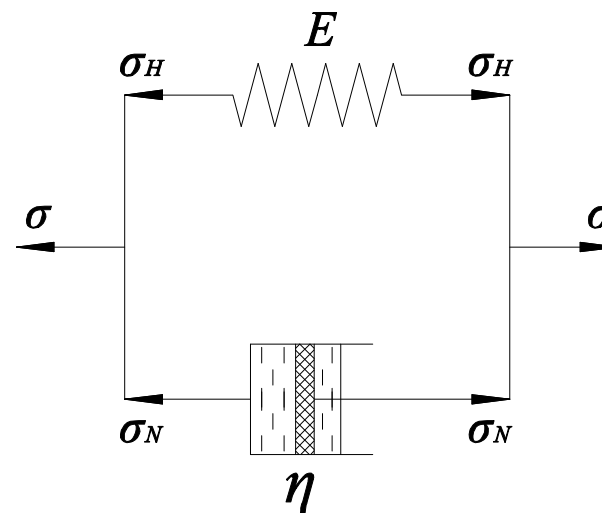
Kelvin-Voigt-ov model spada u skupinu složenih mehaničkih modela, a simboliziran je paralelnim spojem Hooke-ovog i Newton-ovog elementa. U slučaju jedno-dimenzionalnog opterećenja deformacije obje grane modela će biti jednake, dok se naprezanja zbrajaju.

$$\sigma_0 = \sigma_H + \sigma_N$$

$$\varepsilon = \varepsilon_H + \varepsilon_N$$

$$\sigma_H = E \cdot \varepsilon_H$$

$$\sigma_N = \eta \cdot \dot{\varepsilon}_N$$



Kelvin-Voigt-ov model

Strukturna jednačba Kelvin-Voigt-ovog modela piše se u obliku $K = H || N$.



Kelvin-Voigt-ov model

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

Zamjenom izraza za σ_H i σ_N u izraz za ukupno naprezanje dobije se diferencijalna jednačba kojom se opisuje ponašanje Kelvin-Voigt-ovog materijala u obliku:

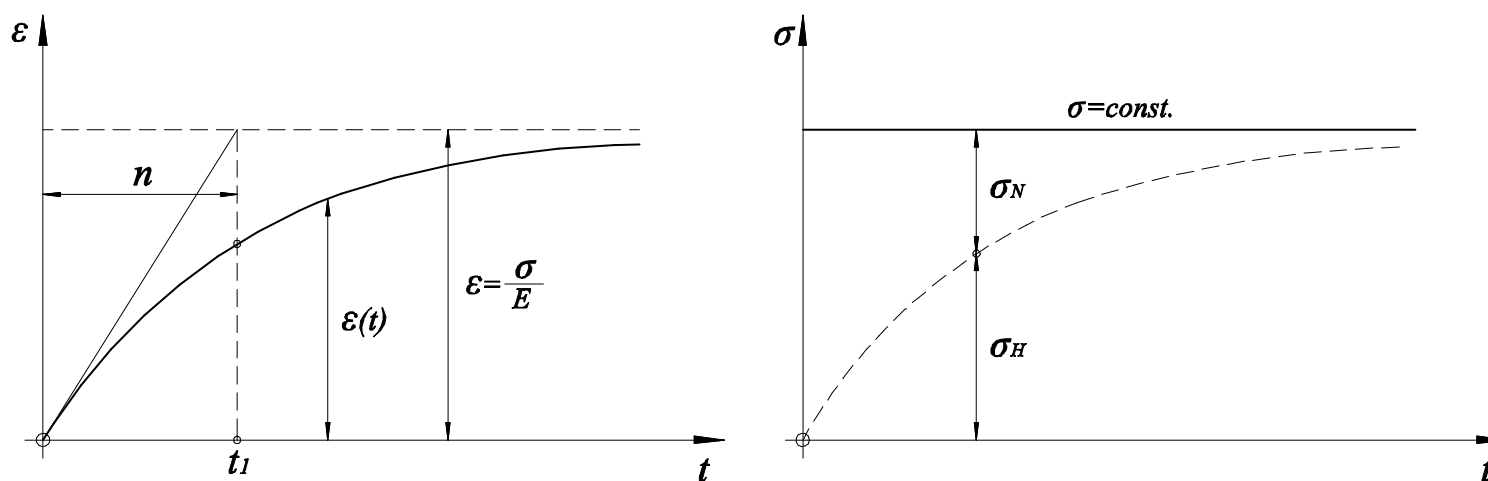
$$\sigma_0 = E \cdot \varepsilon + \eta \cdot \frac{d\varepsilon}{dt}$$

Riješenjem ove diferencijalne jednačbe dobije se jednačba koja određuje deformaciju ovog modela pri konstantnom naprezanju:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} - \frac{\sigma_0}{E} \cdot e^{-\frac{E}{\eta} \cdot t} \quad \text{ili} \quad \varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} \cdot \left[1 - e^{-\frac{E}{\eta} \cdot t} \right]$$

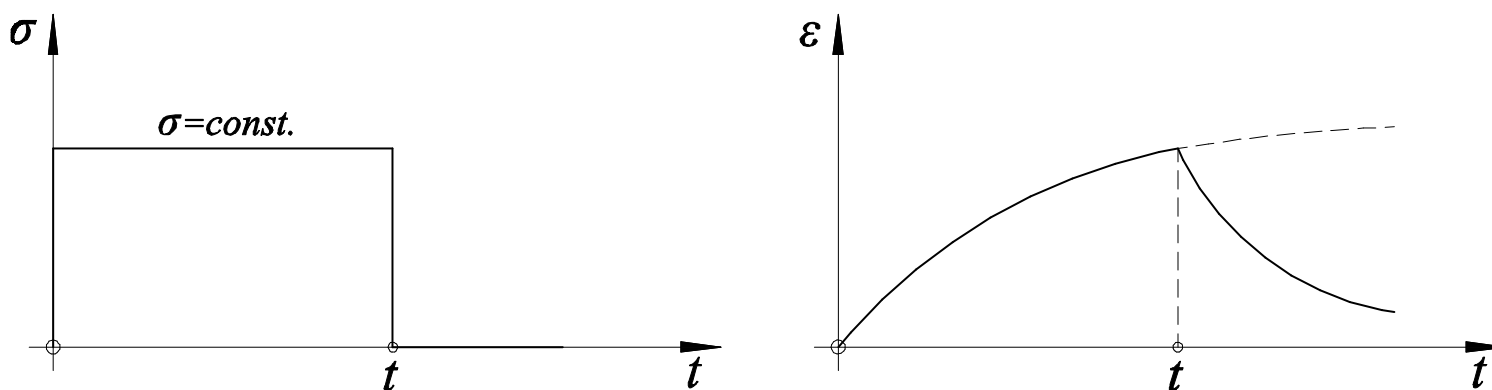
Ovu jednačbu zovemo “jednačba puzanja”.

Krivulju puzanja karakterizira smanjenje brzine deformacije u vremenu i za $t \rightarrow \infty$ asimptotski dostiže svoju konačnu vrijednost, koja je jednaka elastičnoj deformaciji opruge, $\varepsilon = \sigma/E$. Takvo ponašanje materijala može se objasniti istovremenim djelovanjem elastične i viskozne komponente. U trenutku nanošenja opterećenja cijelokupno opterećenje preuzima samo viskozni element. Popuštanjem viskoznog elementa se sve više angažira elastični element, tako dugo dok na kraju cijelo opterećenje ne preuzme elastični element u modelu.



Dijagrami ovisnosti $\varepsilon - t$ i $\sigma - t$

Nakon rasterećenja modela u trenutku "t", deformacija modela se zbog zajedničkog djelovanja Hooke-ovog i Newton-ovog elementa tijekom vremena vraća u prvobitan položaj.



Dijagrami ovisnosti $\sigma - t$ i $\varepsilon - t$



Kelvin-Voigt-ov model

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

Proces puzanja se također može opisati parametrom "n" koji se definira kao odnos između dinamičke viskoznosti i Young-ovog modula elastičnosti:

$$\frac{\eta}{E} = n$$

a koji definira “*vrijeme zaostajanja deformacije*”, te predstavlja onaj dio vremena koji je potreban da materijal, pod djelovanjem konstantnog naprezanja, postigne 63.2% svoje konačne deformacije. Ova pojava predstavlja zakašnjenje elastične deformacije, pa se zbog toga naziva još i “naknadni elastični efekt”. Sama pojava stalne usporavajuće deformacije naziva se “puzanje materijala”.

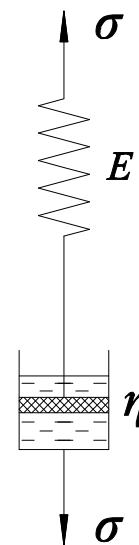
Maxwell-ov model također spada u skupinu složenih mehaničkih modela, a simboliziran je serijskim spojem Hooke-ovog i Newton-ovog elementa. U slučaju jednodimenzionalnog opterećenja deformacije obje grane modela se zbrajaju, dok su naprezanja jednaka.

$$\sigma = \sigma_H = \sigma_N$$

$$\varepsilon = \varepsilon_H + \varepsilon_N$$

$$\sigma_H = E \cdot \varepsilon_H$$

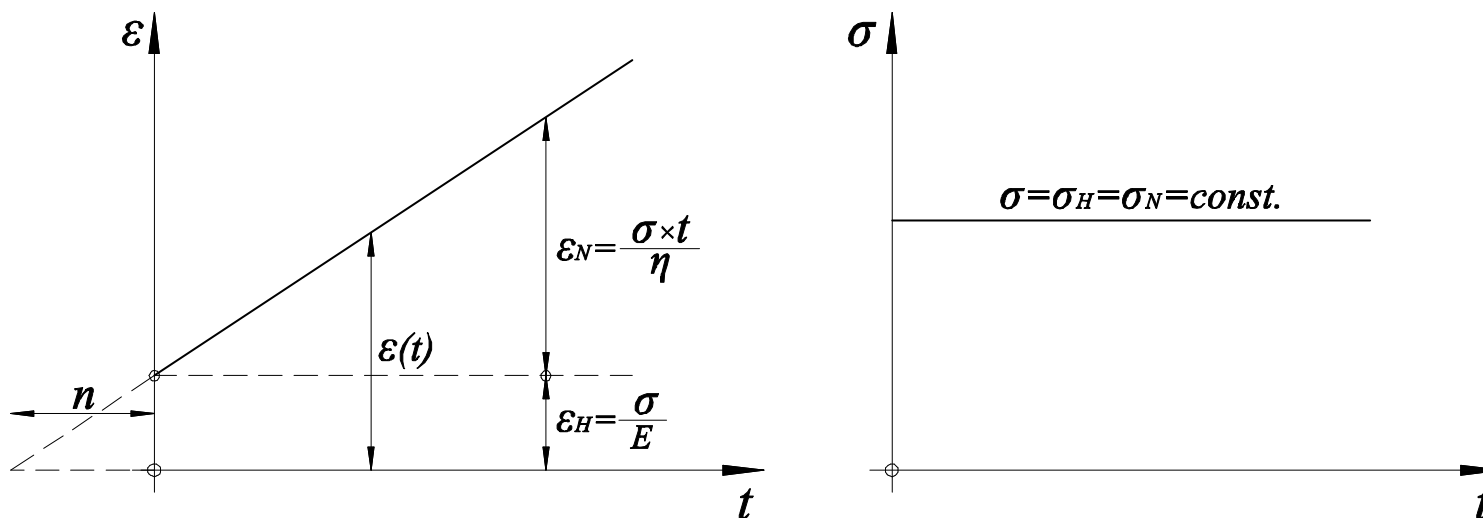
$$\sigma_N = \eta \cdot \dot{\varepsilon}_N$$



Maxwell-ov model

Strukturna jednačba Maxwell-ovog modela piše se u obliku $M = H \text{ — } N$.

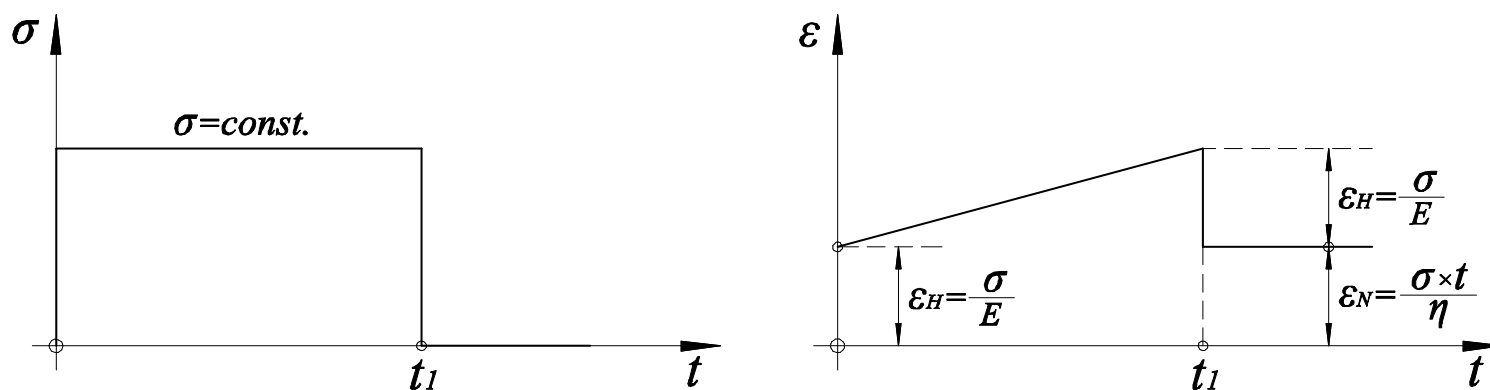
Na početku procesa puzanja Hooke-ova opruga zbog preuzimanja ukupnog opterećenja, $\sigma_H = \sigma$, doživljava trenutnu deformaciju ε_H . Nakon toga slijedi proces deformacije Newton-ovog elementa ε_N , koji se odvija pri konstantnoj brzini deformacije.



S obzirom na neovisnost ponašanja oba elementa, funkcija puzanja u vremenu se dobije jednostavnim zbrajanjem osnovnih jednadžbi puzanja Hooke-ovog i Newton-ovog elementa

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} + \frac{\sigma_0 \cdot t}{\eta}$$

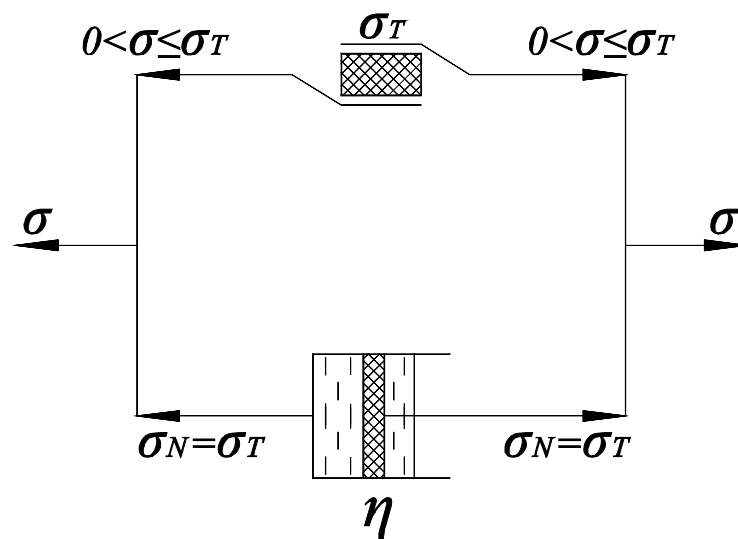
Nakon rasterećenja modela u trenutku t_1 , opruga modela se vraća na početni položaj, dok ostvarena deformacija prigušivača ε_N ostaje kao trajna ovog modela.



Dijagrami ovisnosti $\sigma - t$ i $\varepsilon - t$

Sastavljen je od plastičnog Saint-Venant-ovog elementa vezanog paralelno sa viskoznim elementom Newton-a.

Puzanje materijala nastupa kada vrijednost naprezanja prekorači vrijednost σ_t Saint-Venant-ovog elementa (*plastičnog člana*), gdje je σ_t granica plastičnosti. Daljnji porast opterećenja prenosi se na viskozni Newton-ov element, dok je naprezanje u plastičnom elementu konstantno.



Binghamov model

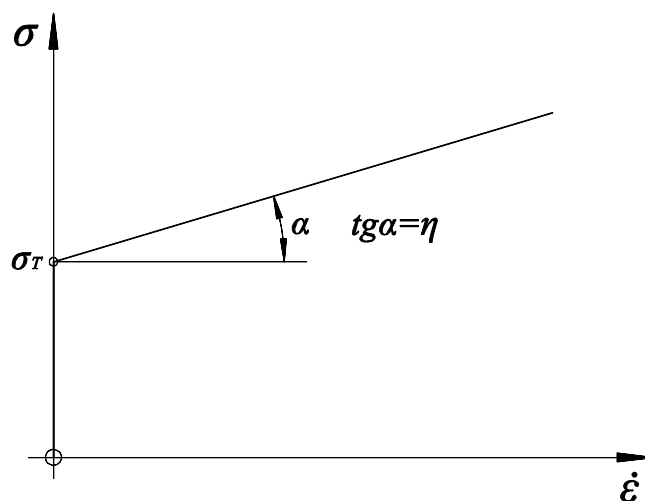


Bingham-ov model

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

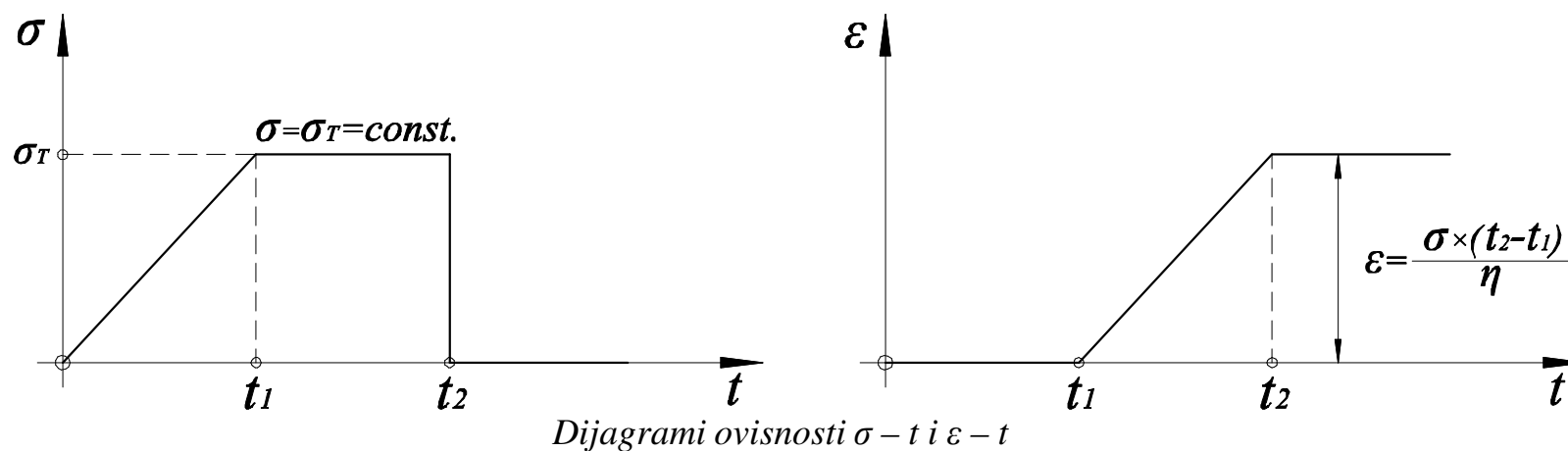
Funkcionalne ovisnosti prikazane su slijedećim oblicima:

- Naprezanje: $\sigma \leq \sigma_T \longrightarrow \dot{\varepsilon} = 0$
 $\sigma \geq \sigma_T \longrightarrow \sigma = \sigma_T + \eta \cdot \dot{\varepsilon}$
- Brzina deformacije: $\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma - \sigma_T}{\eta}$
- Deformacija: $\varepsilon(t) = \dot{\varepsilon} \cdot t = \frac{\sigma - \sigma_T}{\eta} \cdot t$

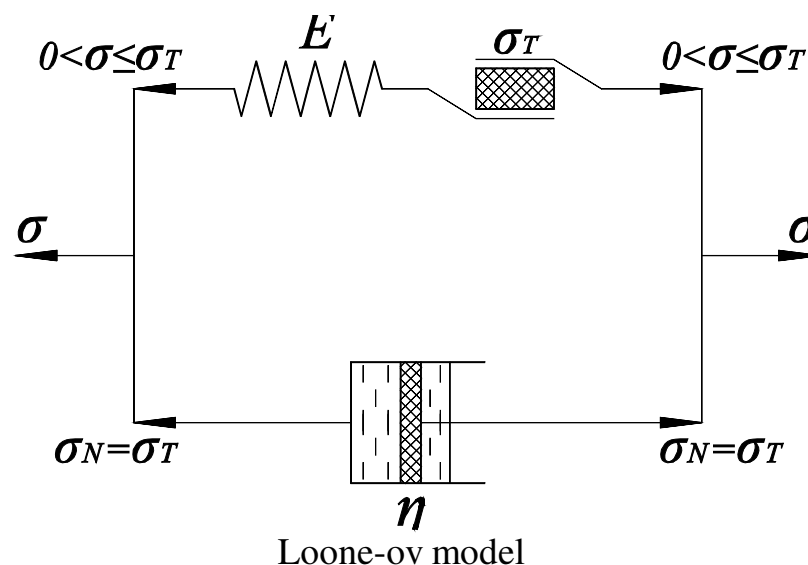


Dijagram ovisnosti $\sigma - \varepsilon$

Nakon rasterećenja modela u trenutku t_2 , ostvarena deformacija prigušivača ostaje kao trajna ovog modela.



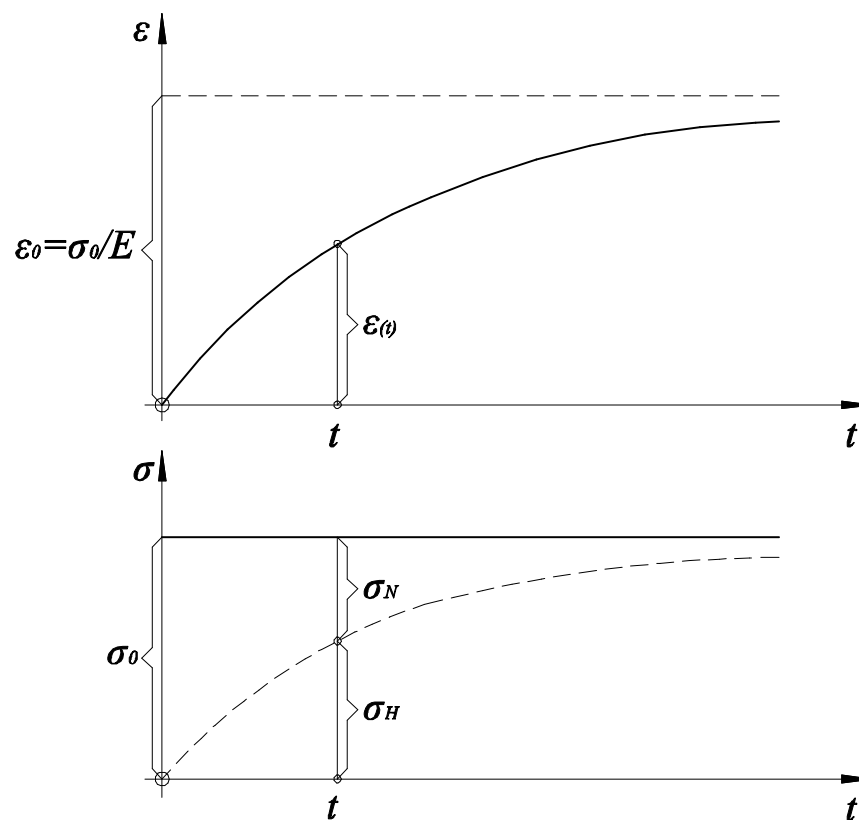
Loone-ov model se sastoji od serijski spojenih osnovnih elemenata Hooke-a i Saint-Venant-a, kojima je paralelno dodan model Newton-a.



Kod ovog modela karakteristična su dva trenutka:

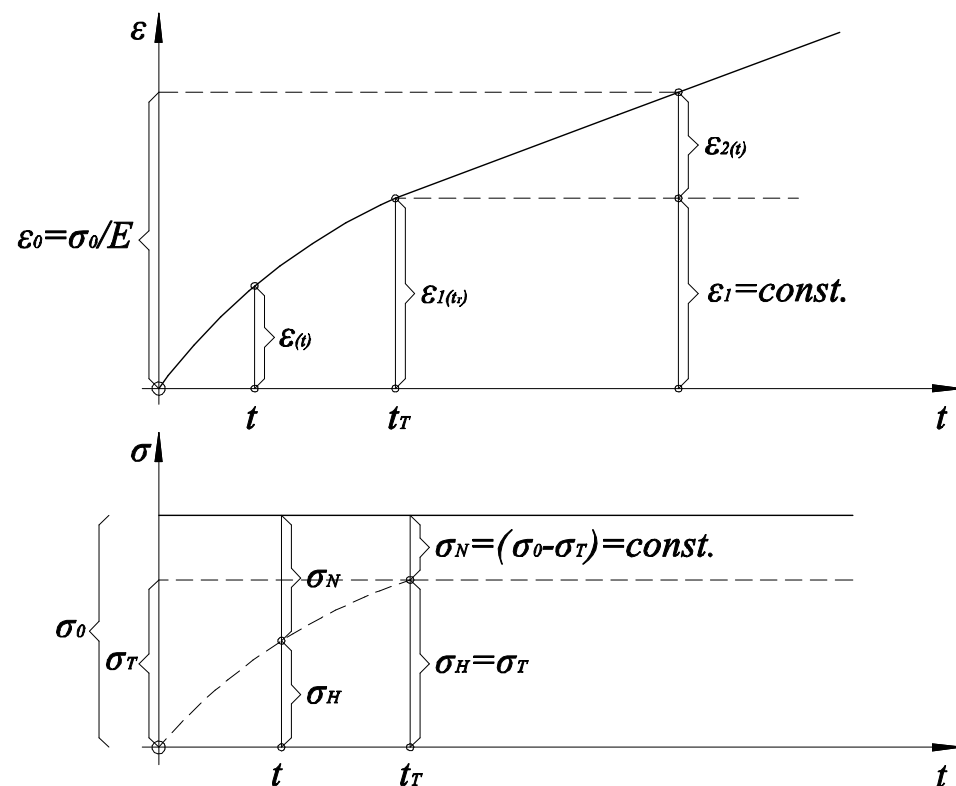
- Deformacija za konstantno opterećenje manje od granice plastičnosti, $\sigma_0 < \sigma_T$
- Deformacija za konstantno opterećenje veće od granice plastičnosti, $\sigma_0 > \sigma_T$

- a) Deformacija za konstantno opterećenje manje od granice plastičnosti, $\sigma_0 < \sigma_T$
Ako je konstantno opterećenje (σ_0) manje od granice plastičnosti (σ_T), tada plastični element Saint-Venant-a ostaje čvrst, tijelo se ponaša prema Kelvin-Voigt-ovom modelu.



Dijagrami ovisnosti $\epsilon - t$, $\sigma - t$ za konstantno naprezanje $\sigma_0 < \sigma_T$

b) Deformacija za konstantno opterećenje veće od granice plastičnosti, $\sigma_0 \geq \sigma_T$
Ako je konstantno opterećenje (σ_0) veće od granice plastičnosti (σ_T), aktivira se plastični Saint-Venant-ov element. Taj element prenosi samo opterećenje elastične grane modela, tako da mora vrijediti $\sigma_H \leq \sigma_T$, koji u vremenu $t=t_T$ postaje jednak granici plastičnosti (σ_T) Saint-Venant-ovog elementa.



Dijagrami ovisnosti $\epsilon - t$, $\sigma - t$ za konstantno naprezanje $\sigma_0 \leq \sigma_T$



Loone-ov model

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

Nakon toga, za svako vrijeme $t > t_T$, ostaje naprezanje $\sigma_H = \sigma_T = \text{const.}$, isto tako i opterećenje Newton-ovog elementa:

$$\sigma_N = \sigma_0 - \sigma_T = \text{const.}$$

Razlika $(\sigma_0 - \sigma_T)$ određuje, za zadanu viskoznosti “ η ”, brzinu daljnjeg procesa puzanja. Krivulja puzanja $\varepsilon = \varepsilon(t)$ odvija se u dva dijela:

1. Prvi dio za vrijeme $t < t_T$, proces puzanja jednak je puzanju Kelvin-Voigt-ovog modela:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_{(t)} = \frac{\sigma_0}{E} \cdot \left[1 - e^{-\frac{E}{\eta} \cdot t} \right]$$

2. Drugi dio za vrijeme $t > t_T$, proces puzanja karakterizira linearni pravac. Vrijednost deformacije u vremenu $t = t_T$ iznosi:

$$\varepsilon_{(t_T)} = \varepsilon_{1(t_T)} = \varepsilon_1 = \frac{\sigma_0}{E} \cdot \left[1 - e^{-\frac{E}{\eta} \cdot t_T} \right]$$

sa naprezanjem u elastičnoj grani modela:

$$\sigma_{H(t_T)} = \sigma_T = \sigma_0 \cdot \left[1 - e^{-\frac{E}{\eta} \cdot t_T} \right]$$

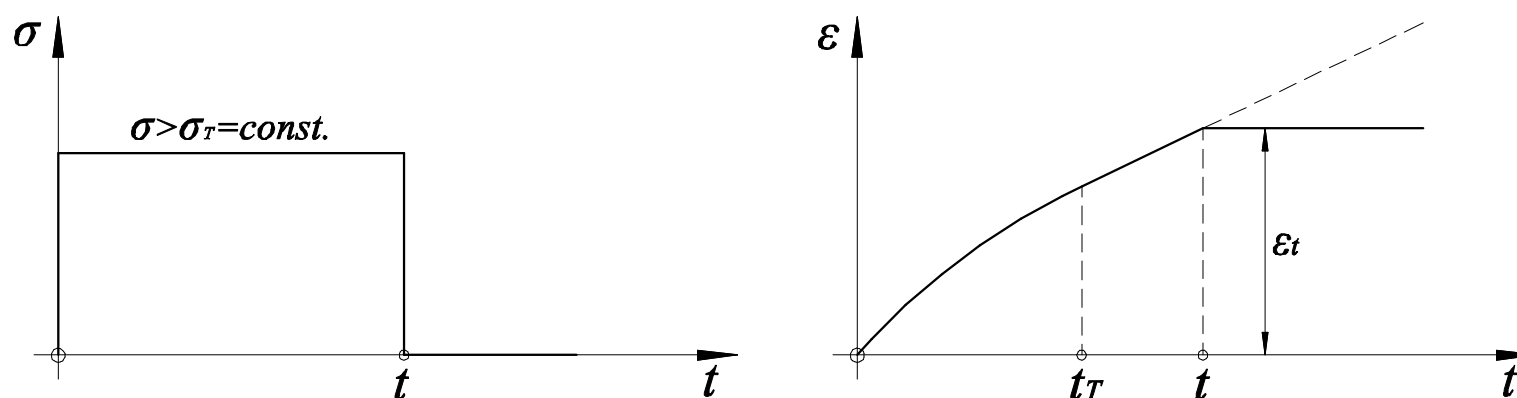
$$\sigma_N = \sigma_0 - \sigma_T = \eta \cdot \varepsilon_2$$

Rješenjem jednadžbe za σ_N , uz uvjet da u vremenu $t=t_1$, deformacija $\varepsilon_2=0$ slijedi:

$$\varepsilon_{(t)} = \varepsilon_{1(t)} + \varepsilon_{2(t)} = \varepsilon_{1(t)} + \frac{\sigma_0 - \sigma_T}{\eta} \cdot (t - t_T)$$

Deformacija ε_1 za svako vrijeme $t > t_T$ ostaje konstantna.

Nakon rasterećenja modela u trenutku t , ostvarena deformacija plastičnog elementa i prigušivača ostaje kao trajna ovog modela.



Dijagrami ovisnosti $\sigma - t$ i $\epsilon - t$



Određivanje reoloških parametara

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

Reološki parametri se generalno mogu odrediti na dva načina:

1. Iz rezultata laboratorijskih i in-situ (*npr. dilatometarsko ispitivanje u bušotini, ispitivanje pločom*) ispitivanja odnosno krivulja puzanja. Navedeni način uspješno funkcionira kod jednostavnijih modela, ali kod složenijih modela, gdje postoji čitav niz parametara koje je potrebno odrediti, nailazi se na poteškoće.
2. Iz rezultata povratnih numeričkih analiza, gdje se na osnovu rezultata mjerenja, te usvojenog reološkog modela, raznim metodama traže parametri, koji bi uspješno oponašali dugotrajne deformacije.