

**Sveučilište u Zagrebu
Građevinski fakultet**

Preddiplomski studij

GEOTEHNIČKO INŽENJERSTVO

6. predavanje

Čvrstoća stijenske mase



1. Polazišta
2. Općenito
3. Kriteriji čvrstoće
 - 3.1. Coulomb (1776)
 - 3.2. Griffith(1921, 1925)
 - 3.3. Modificirani Griffith (1962)
 - 3.4. Murrel (1965)
 - 3.5. Hobs (1966)
 - 3.6. Hoek (1968)
 - 3.7. Bieniawski (1974)
 - 3.8. Originalni Hoek-Brown (1980)
 - 3.9. Ramamurthy (1985)
 - 3.10. Pan i Hudson (1988)
 - 3.11. Unaprijeđeni Hoek-Brown (1988)
 - 3.12. Yoshida, Morgenstern i Chan (1990)
 - 3.13. Modificirani Hoek-Brown (1992)
 - 3.14. Opći Hoek-Brown (1995)
 - 3.15. Hoek, Carranza-Torres i Corkum (2002)

Procjena čvrstoće i deformabilnosti stijenske mase od iznimnog je značaja za provedbu numeričkih analiza u mehanici stijena.

Stijena je razlomljena, heterogena i anizotropna. Laboratorijska ispitivanja na uzorcima jezgre ne reprezentiraju ponašanje stijenske mase većeg volumena. Kao takva onemogućavaju dobivanje reprezentativnih parametara za proračun.

Povratne analize, provedene na osnovi opažanih slomova stijenske mase, mogu rezultirati reprezentativnim vrijednostima parametara čvrstoće stijenske mase u velikom razmjeru, ali to je moguće jedino u slučajevima u kojima se slom i stvarno dogodio.

Ispitivanje čvrstoće stijenske mase *in situ* rijetko je praktično ili ekonomski moguće.

Deformacijske karakteristike i čvrstoća stijenske mase određuju se na temelju rezultata klasificiranja stijenske mase od kojih su najzastupljenije RMR i Q klasifikacije.

Obzirom da se svi parametri klasifikacije ne mogu jednoznačno izmjeriti ili procijeniti za veći volumen stijenske mase jasno je da će određivanje parametara za proračun preko klasifikacija, u velikom broju slučajeva, biti opterećeno znatnom razinom nepouzdanosti odnosno rizika.

Svaki kriterij čvrstoće trebao bi zadovoljiti slijedeće uvjete:

1. Trebao bi pokazivati dobro slaganje s eksperimentalno dobivenim čvrstoćama.
2. Trebao bi biti opisan pomoću jednostavnih matematičkih izraza i po mogućnosti uz korištenje bezdimenzionalnih parametara.
3. Trebao bi omogućiti proširenje primjene na lom anizotropnih materijala, kao i na lom ispucale stijenske mase.

Opći analitički oblik:

$$\sigma_1 = f(\sigma_2, \sigma_3)$$

gdje je:

σ_1 – veće glavno naprezanje pri slomu

σ_2 – srednje glavno naprezanje pri slomu

σ_3 – manje glavno naprezanje pri slomu

Obzirom da ispitivanja pokazuju da srednje glavno naprezanje σ_2 ima mali ili zanemariv utjecaj u odnosu na manje glavno naprezanje σ_3 mnogi kriteriji koji se koriste za praktičnu primjenu, posebno kod osiguranja podzemnih otvora, imaju oblik:

$$\sigma_1 = f(\sigma_3)$$

Kriterij čvrstoće se također može opisati i kao odnos između posmičnog τ i normalnog σ_n naprezanja na određenim potencijalnim kliznim plohama ili zonama posmičnog loma u obliku:

$$\tau = f(\sigma_n)$$



- Coulomb (1776)
- Griffith (1921, 1925)
- Modificirani Griffith (1962)
- Murrell (1965)
- Hobs (1966)
- Hoek (1968)
- Bieniawski (1974)
- Originalni Hoek-Brown (1980)
- Ramamurthy (1985)
- Pan i Hudson (1988)
- Unaprijeđeni Hoek-Brown (1988)
- Yoshida, Morgenstern i Chan (1990)
- Modificirani Hoek-Brown (1992)
- Opći Hoek-Brown (1995)
- Hoek, Carranza-Torres i Corkum (2002)

Charles-Augustin de Coulomb (1776)

Kriterij čvrstoće prema Coulombu je klasični kriterij čvrstoće te je najprihvaćeniji za opisivanje osobina tla, stijene (diskontinuiteta) ili drugih materijala koji posjeduju unutrašnje trenje. Prema ovom kriteriju **posmična čvrstoća tla ili stijene** se sastoji od dvije komponente: **konstantne kohezije** (c) i **komponente trenja** (φ) koja je ovisna o normalnom naprezanju ($\sigma_N \cdot \tan \varphi$). Ovaj kriterij spada u linearne kriterije čvrstoće, te se njegovi parametri određuju pomoću testa izravnog smicanja ili troosnog testa na uzorcima tla ili stijene.

Posmična čvrstoća na plohi sloma (τ), na određenoj ravnini unutar materijala, opisuje se kao:

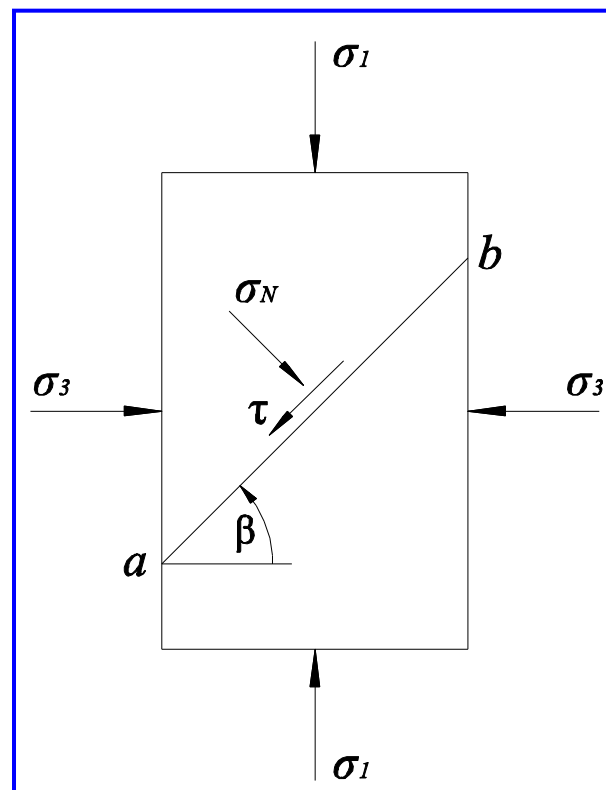
$$\tau = c + \sigma_N \cdot \operatorname{tg} \varphi \quad (1)$$

gdje su:

c – kohezija

σ_N – efektivno normalno naprežanje
na plohi sloma

$\operatorname{tg} \varphi$ – kut unutrašnjeg trenja



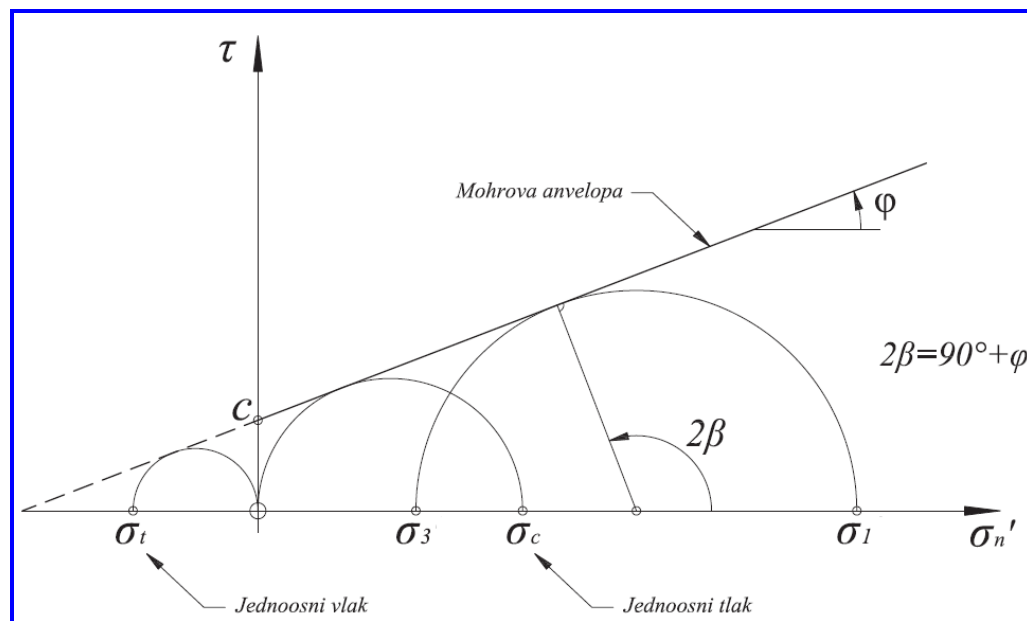
Posmični slom na ravnini a-b

Primjenom jednadžbi za transformaciju naprezanja za slučaj prema slici 1. i 2., dobije se da normalno i posmično naprezanje u ravnini a-b, određenoj kutem β , iznose:

$$\sigma_N = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2} \cdot (\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \cos 2\beta \quad (2)$$

$$\tau_N = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \sin 2\beta \quad (3)$$

Mohrova anvelopa čvrstoće kao funkcija normalnog i posmičnog naprezanja



Uvrštavanjem izraza (2) i (3) u (1) dobiju se granični uvjeti “vanjskih” naprezanja (σ_1 , σ_3) za slom u ravnini određenoj kutem β , tj. Coulombov kriterij može se izraziti i kao odnos između većeg (σ_1) i manjeg (σ_3) glavnog naprezanja pri slomu u obliku:

$$\sigma_1 = \frac{2 \cdot c + \sigma_3 \cdot [\sin 2\beta + \tan \varphi \cdot (1 - \cos 2\beta)]}{\sin 2\beta - \tan \varphi \cdot (1 + \cos 2\beta)} \quad (4)$$

Kritična vrijednost kuta β dobije se za slučaj kada je razlika posmične čvrstoće (τ) i posmičnog naprezanja (τ_n) kao funkcije kuta β , minimalna, tj. kada je:

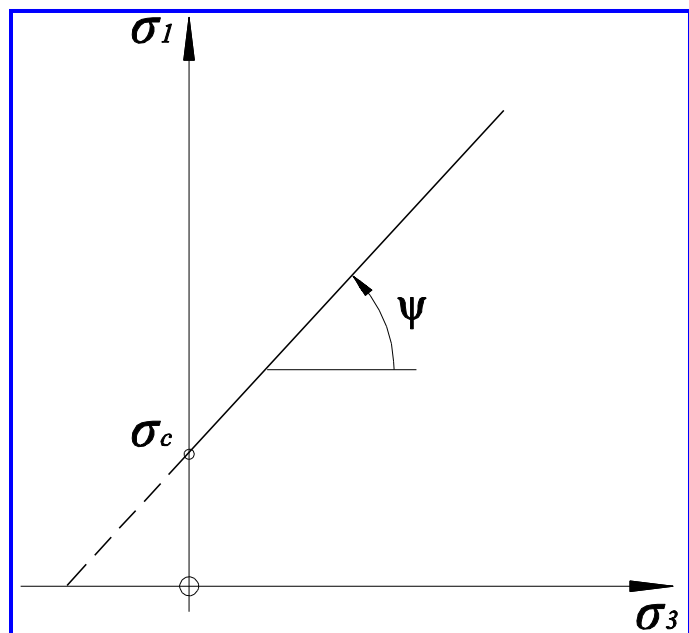
$$\frac{d(\tau - \tau_N)}{d\beta} = 0 \quad \text{pa je:} \quad \beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \quad (5)$$

S obzirom da je:

$$\sin 2\beta = \sin \left[\frac{\pi}{2} + \varphi \right] = \cos \varphi \quad , \quad \cos 2\beta = \cos \left[\frac{\pi}{2} + \varphi \right] = -\sin \varphi$$

Za kritični položaj ravnine β , izraz (4) postaje:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \cdot \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} + \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (6)$$



*Coulombova anvelopa čvrstoće kao funkcija
glavnih naprezanja*

Korištenjem izraza (6) može se izračunati jednoosna tlačna čvrstoća σ_c (za uvjet $\sigma_3=0$) i vlačna čvrstoća σ_t (za uvjet $\sigma_1=0$):

$$\sigma_c = \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (7), \quad \sigma_t = \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{1 + \sin \varphi} \quad (8)$$

Za određivanje parametara čvrstoće materijala, c i φ , koriste se laboratorijski podaci iz troosnog testa ili testa izravnog posmika. Mjerenje jednoosne vlačne čvrstoće stijene je vrlo otežano bez obzira na preciznost mjerenja, te su njene vrijednosti u stvarnosti značajno niže od onih izračunatih prema jednadžbi (8). Iz tog razloga se primijenjuju manje vrijednosti ili se najčešće usvaja da je $\sigma_t = 0$.

Iako se Coulombov kriterij mnogo primjenjuje, on ne daje zadovoljavajuće rezultate kao kriterij vršne čvrstoće stijenskih materijala i to iz sljedećih razloga :

- Podrazumijeva da glavni lom smicanjem nastaje pri vršnoj čvrstoći. Međutim, ispitivanja pokazuju da to nije uvijek slučaj,
- Smjer loma uslijed smicanja se ne slaže uvijek sa onim dobivenim ispitivanjima,
- Anvelopa vršnih čvrstoća, koja se dobije ispitivanjima, za stijenu je nelinearna.

Bez obzira na navedena ograničenja, Coulombov kriterij daje dobro slaganje sa ispitivanjima čvrstoće pri rezidualnim uvjetima, kao i posmičnu čvrstoću diskontinuiteta u stijeni.

Griffith (1921, 1925)

U ovom kriteriju čvrstoće Griffith zaključuje da lom krtoeg materijala kao što je čelik ili staklo, započinje kada koncentracija vlačnih naprezanja na nekom malom vrhu, tankoj pukotini ili mikroskopskom toku u materijalu, koji je inače izotropan, premaši vlačnu čvrstoću materijala. U stijeni to može predstavljati prisutnost ranije pukotine, površine zrna ili neki drugi diskontinuitet. Griffithova teorija je ustvari parabolična Mohrova anvelopa koja je definirana jednađbom:

$$\tau = 2\sqrt{|\sigma_t| \cdot (|\sigma_t| + \sigma'_n)}$$

gdje su:

τ – posmično naprezanje na plohi sloma

σ'_N – efektivno normalno naprezanje na plohi sloma

σ – jednoosna vlačna čvrstoća materijala

Griffithova teorija je izvorno razvijena pretežno za vlačna naprezanja. Autor definira uvjete uslijed kojih nastaje povećanje pukotine prema konceptu nestabilnosti energije:

"Proširenje pukotine će nastati jedino u slučaju kada totalna potencijalna energija sustava vanjskih sila i materijala opada ili ostaje konstantna sa povećanjem duljine pukotine."

U slučaju kada potencijalna energija vanjskih sila ostaje cijelo vrijeme konstantna, kriterij proširenja pukotine se opisuje kao:

$$\frac{\delta}{\delta c} \cdot (W_d - W_e) \leq 0$$

gdje su: c – parametar duljine pukotine

W_D – elastična energija deformacije koncentrirana u okolišu
pukotine

W_E – površinska energija na površini pukotine

Griffith je primjenio svoju teoriju na proširenje pukotine eliptičnog oblika početne duljine “ $2 \cdot c$ ” koja je okomita na smjer opterećenja ploče jedinične debljine, opterećene jednolikim jednoosnim vlačnim naprezanjem σ . Pri tome je pretpostavio da se pukotina povećava kada je :

$$\sigma \geq \sqrt{\frac{2 \cdot E \cdot \alpha}{\pi \cdot c}}$$

gdje su:

α – površinska energija na jediničnu površinu pukotine

E – Youngov modul materijala bez pukotine

Autor je proširio teoriju i na slučaj tlačnih naprezanja. Zanemarujući utjecaj trenja na pukotinama koje se zatvaraju uslijed tlačnog naprezanja, te uzimajući da će se iz točke najveće koncentracije vlačnih naprezanja formirati i napredovati pukotina eliptičnog oblika, autor postavlja slijedeći kriterij za nastanak pukotine u ravnini tlačnog naprezanja:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 - 8 \cdot \sigma_t \cdot (\sigma_1 + \sigma_2) = 0 \quad \text{za} \quad \sigma_1 + 3 \cdot \sigma_2 > 0$$

$$\sigma_2 + \sigma_t = 0 \quad \text{za} \quad \sigma_1 + 3 \cdot \sigma_2 < 0$$

gdje su: σ_1, σ_2 – veće i srednje glavno naprezanje

σ_t – jednoosna vlačna čvrstoća materijala bez pukotine (T_0)

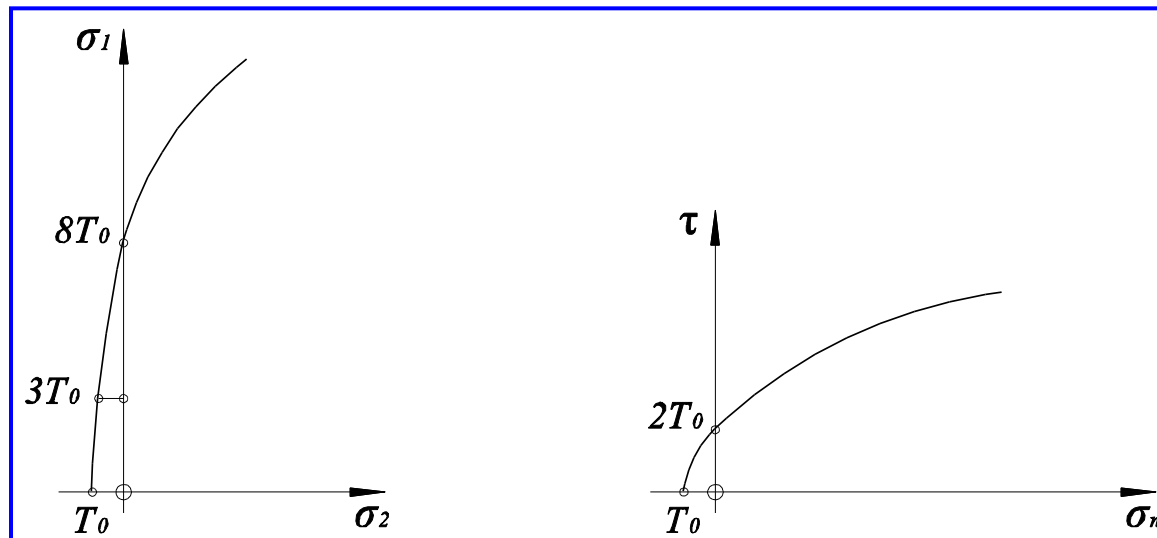
Ova teorija predviđa da jednoosno tlačno naprezanje ($\sigma_t = T_0$) pri proširenju pukotine treba biti osam puta veće od jednoosnog vlačnog naprezanja koje proizvodi isti učinak. Primjena teorije je isključivo za intaktnu stijenu te se ne može odrediti čvrstoća stijenske mase.

Modificirani Griffith (1962)

McClintock i Walsh su predložili modifikaciju Griffithove teorije uzimajući u obzir sile trenja koje nastaju kada je stijena izložena tlačnim naprezanjima, tj. pri aktiviranju posmične čvrstoće zatvorenih pukotina. Mohrova anvelopa sloma za modificiranu Griffithovu teoriju određena je jednažbom:

$$\tau = 2 \cdot |\sigma_t| + \sigma'_n \cdot \tan \varphi' \quad \text{za } \sigma'_n > 0$$

gdje je φ' kut trenja na površini pukotine.



*Griffithove anvelope za
proširenje pukotine u vlačnoj
ravnini*



Modificirani Griffithov kriterij čvrstoće

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

Detaljna proučavanja nastanka i razvoja pukotine od strane Hoeka i Bieniawskog i Hoeka su pokazala da su originalna i modificirana Griffithova teorija prikladne za predviđanje početka nastanka pukotine i loma, za krte materijale, u uvjetima kada su efektivna, normalna naprezanja, koja djeluju poprečno na pukotinu, vlačna. To je zbog toga što razvoj pukotine nastaje vrlo brzo nakon nastanka inicijalne pukotine uslijed vlačnih naprezanja te je uslijed toga nemoguće razdvojiti nastanak inicijalne pukotine i slom uzorka. Također je ustanovljeno da ova teorija ne opisuje zadovoljavajuće razvoj pukotine i slom uzorka izloženog tlačnim naprezanjima.

Murrel (1965)

Murrelov kriterij je proširenje Griffithovog kriterija na treću (prostornu) dimenziju, te uključuje i jednu konstantu. On se opisuje kao:

$$\tau_{oct}^2 = 8 \cdot \sigma_t \cdot \sigma_{oct}$$

ili:

$$J_2 = 4 \cdot \sigma_t \cdot I_1$$

gdje su:

τ_{oct} – posmično oktaedarsko naprezanje

σ_{oct} – normalno oktaedarsko naprezanje

J_2 – druga invarijanta devijatorskog tenzora naprezanja

I_1 – prva invarijanta tenzora naprezanja

Ovaj kriterij opisuje paraboličan odnos između τ_{oct} i σ_{oct} ili J_2 i I_1 .

Hobbs (1966)

Hobbs je razvio empirijski kriterij koji stavlja u odnos veće i manje glavno naprezanje ili posmično i normalno naprezanje pri slomu. Hobbsov kriterij sloma ima oblik:

$$\sigma_1 = B \cdot \sigma_3^b + \sigma_3 \quad \text{i} \quad \tau = K_2 \cdot \sigma_n^a$$

gdje su B , b , K_2 i a empirijske konstante.

Ovaj kriterij je razvijen na osnovi uklapanja analitičkog izraza u podatke provedenih testova za intaktnu stijenu. Opisuje nelinearni odnos između σ_1 i σ_3 ili τ i σ_n . Za $\sigma_1=0$ i $\sigma_3=0$ daje jednoosnu tlačnu čvrstoću jednaku nuli. Jednadžba vrijedi samo za $\sigma_3 \geq 0$.

Hoek (1968)

1968. godine je Hoek predložio dvodimenzionalni kriterij čvrstoće za intaktnu stijenu koji uključuje tri konstante. Ovaj kriterij stavlja u odnos veće i manje glavno naprezanje ili najveće posmično i srednje normalno naprezanje pri slomu. Njegov oblik glasi:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2 \cdot C + A \cdot (\sigma_1 + \sigma_3)^B, \quad \tau_{\max} = \tau_{\max 0} + A \cdot \sigma_m^b$$

gdje su:

- $\tau_{\max} = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$ – najveće posmično naprezanje
- $\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$ – srednje normalno naprezanje
- $\tau_{\max 0}$ – vrijednost na dijagramu $\tau_{\max} - \sigma_m$, za $\sigma_m = 0$
- A, B, C, b – konstante materijala

Ovaj kriterij se bazira na Griffithovom kriteriju za nastanak pukotine u krtom materijalu. Vrijednosti materijalnih konstanti su dane samo za mali broj vrsta stijene.

Bieniawski (1974)

Empirijski kriterij za stijenski materijal odnosno analitički opis vršne anvelope σ_1 prema σ_3 ili τ prema σ_n predložen od strane dotadašnjih autora, prikazivan je u obliku zakona potencije koji je konkavan prema dolje. Kako bi se mogli primijeniti bezdimenzionalni parametri, te kriterije je najpogodnije izraziti u normaliziranom obliku gdje su sve komponente naprezanja podijeljene sa tlačnom čvrstoćom stijene.

Bieniawski je 1974. god. predložio da se vršna troosna čvrstoća, za najveći broj vrsta stijena, prikaže sljedećim kriterijem:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = 1 + A \cdot \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right)^k \quad (9)$$

$$\frac{\tau_m}{\sigma_c} = 0.1 + B \cdot \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_c} \right)^c \quad (10)$$

Izraz (9) vrijedi samo za $\sigma_3 > 0$.

gdje su: $\tau_m = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$ – najveće posmično naprezanje

$\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$ – srednje normalno naprezanje

A, B, c, k – konstante materijala

Za raspon testiranih vrsta stijena, Bieniawski predlaže vrijednost za $k \equiv 0.75$ i $c \equiv 0.90$.

Vrijednosti za A i B dane su u sljedećoj tablici:

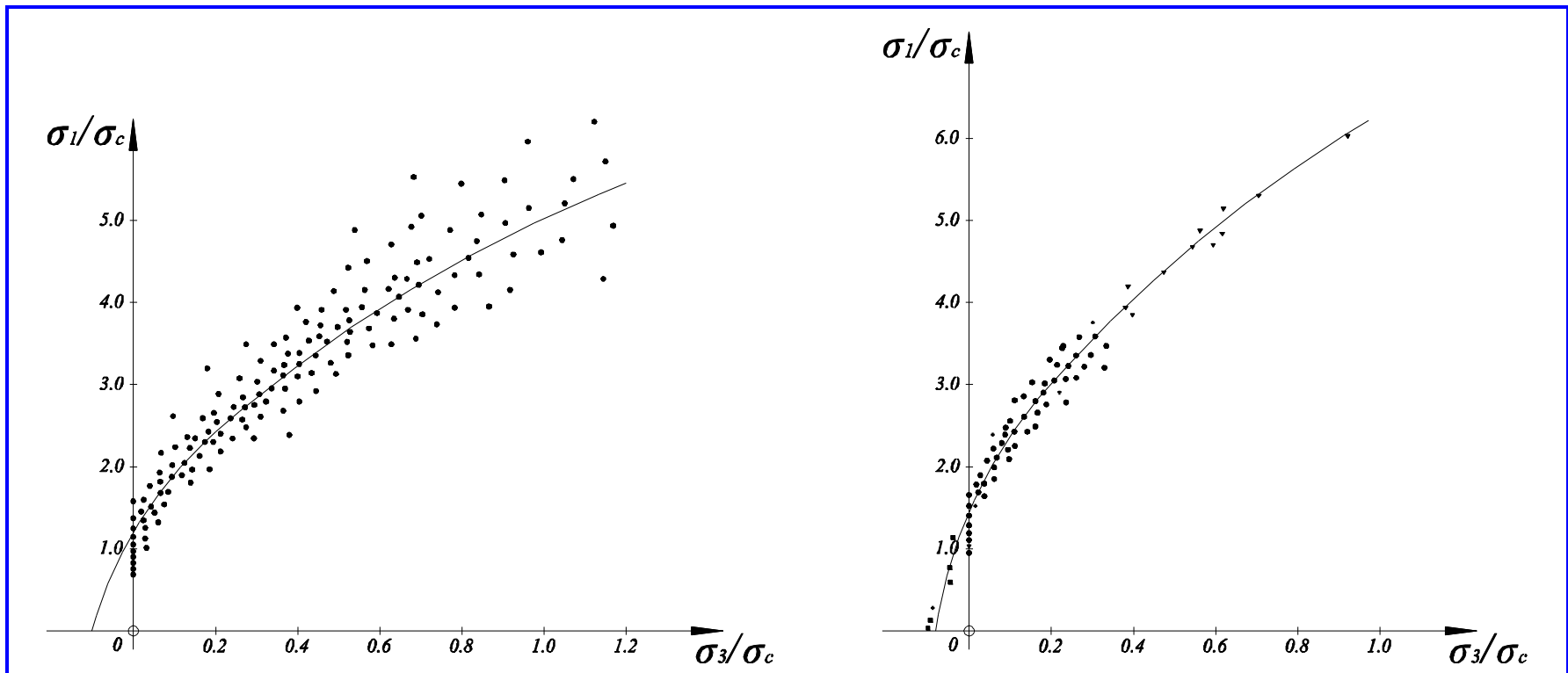
Tip stijene	A	B
Norit	5.0	0.80
Kvarcit	4.5	0.78
Pješčenjak	4.0	0.75
Siltit	3.0	0.70
Prašinac	3.0	0.70



Hoek-Brown (1980)

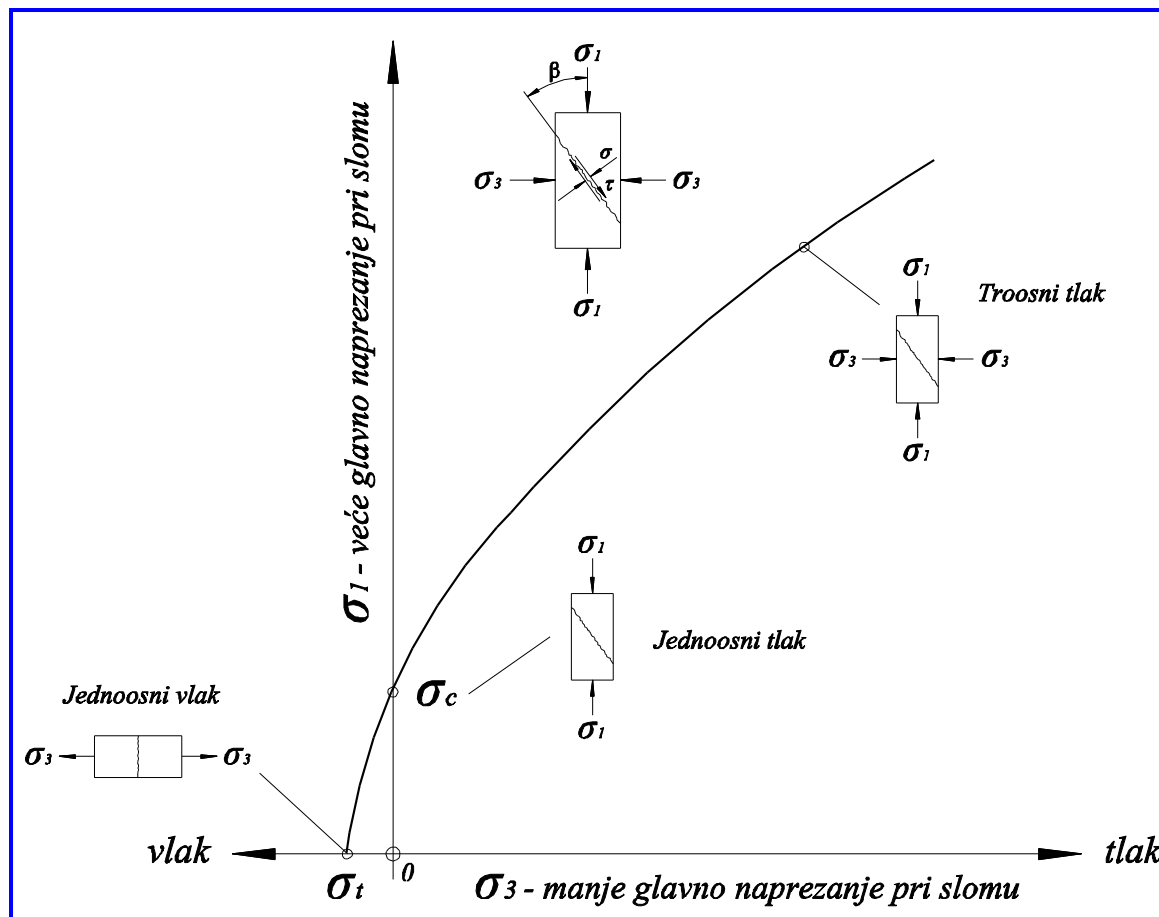
U skladu sa opažanjima nastanka početnih pukotina u krtim materijalima prema Griffithovoj teoriji, te nastanka i razvoja pukotina u materijalima izloženim tlačnim naprezanjima prema modificiranoj Griffithovoj teoriji, Hoek i Brown su eksperimentirali sa funkcijama paraboličnog oblika kako bi odredili onaj tip koji se najbolje slaže sa originalnom Griffithovom teorijom za efektivna vlačna normalna naprezanja, a istovremeno se uklapa u opažane uvjete loma za krti stijenski materijal izložen tlačnim naprezanjima. U izvođenju svojeg empirijskog kriterija, Hoek i Brown su koristili metodu pokusa pa u tom kriteriju ne postoji veza između empirijskih konstanti i fizikalnih karakteristika stijene.

Obrazloženje autora za odabir upravo ovog kriterija, između brojnih alternativnih mogućnosti, je u tome što su slaganja sa opažanim osobinama loma stijene primjerena uz istovremenu praktičnost primjene na brojne tipove geotehničkih problema.



Normalizirane anvelope vršne čvrstoće za pješčenjak i granit

Iskustvo autora u projektiranju podzemnih otvora u stijenskoj masi je rezultiralo da se postavi kriterij čvrstoće kao funkcija većeg i manjeg glavnog naprezanja pri slomu.



Odnosi glavnih naprezanja pri slomu

Ovaj kriterij čvrstoće podrazumijeva izotropan materijal te se opisuje kao:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{m \cdot \sigma_c \cdot \sigma_3 + s \cdot \sigma_c^2}$$

gdje su:

σ_1 – veće glavno naprezanje pri slomu

σ_3 – manje glavno naprezanje pri slomu

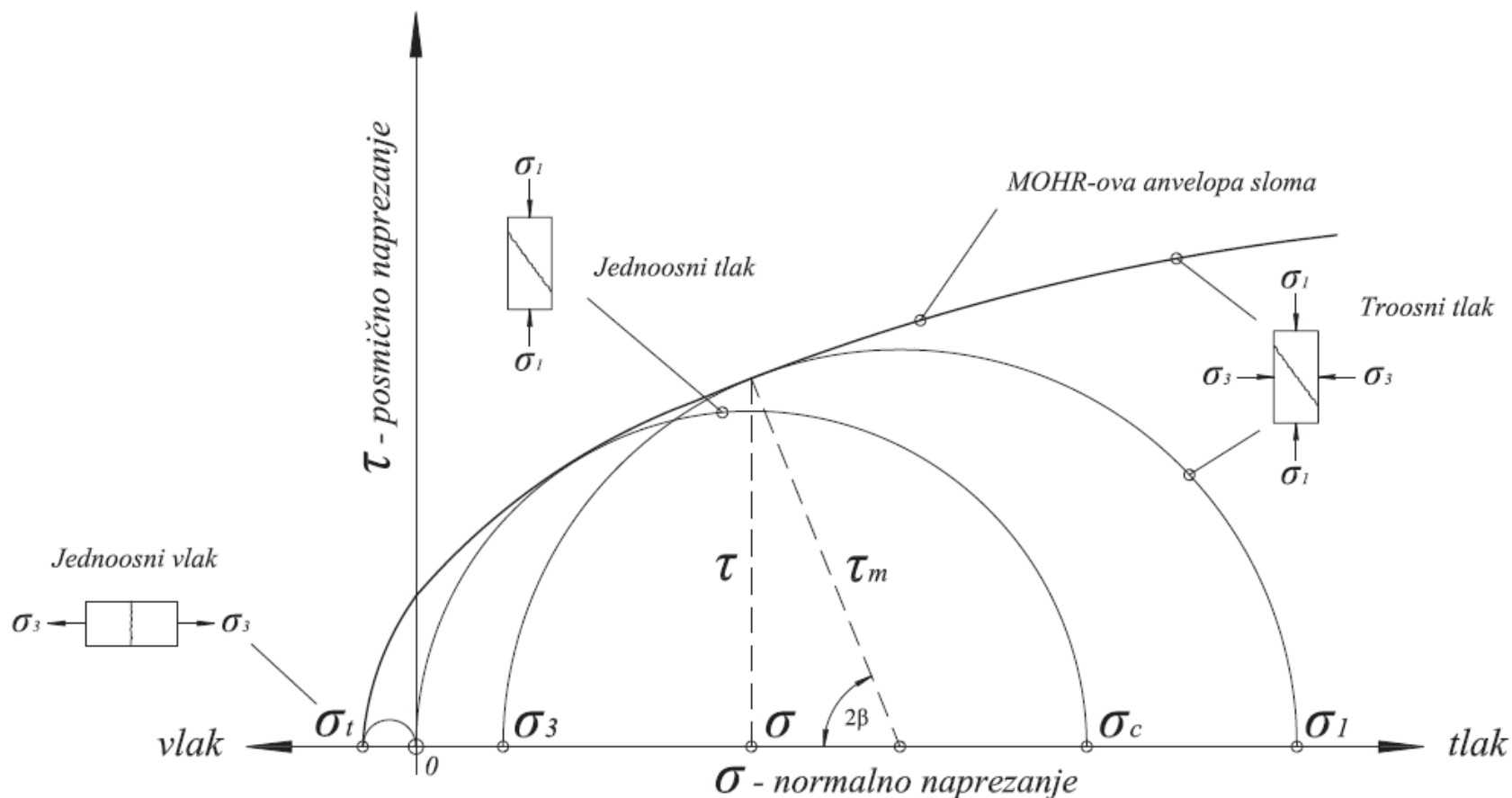
σ_c – jednoosna tlačna čvrstoća intaktne stijene

m, s – empirijski parametri čvrstoće stijene

Odnos posmičnih i normalnih naprezanja prema glavnim naprezanjima može se napisati u obliku:

$$\tau = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \sin 2\beta \qquad \sigma = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2} \cdot (\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \cos 2\beta$$

gdje je β kut između površine sloma i smjera većeg glavnog naprezanja σ_1 .



Prikaz naprezanja pri slomu intaktne stijene



Jednoosna tlačna čvrstoća stijenske mase, σ_{cm} , može se izraziti uvođenjem $\sigma'_3 = 0$, te se dobiva:

$$\sigma_{cm} = \sigma_c \cdot \sqrt{s}$$

Za intaktnu stijenu vrijedi $s = 1$, pa slijedi:

$$\sigma_{cm} = \sigma_c$$

Jednoosna vlačna čvrstoća stijenske mase, σ_{tm} , može se izraziti uvođenjem $\sigma'_1 = 0$, te se dobiva:

$$\sigma_{tm} = -\frac{s \cdot \sigma_c}{m}$$

Ne postoji temeljni odnos između konstanti (m , s) u kriteriju čvrstoće i fizičkih značajki stijenske mase.



Originalni Hoek-Brown kriterij čvrstoće

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

- Za *intaktnu stijenu* vrijedi da je:

$$s = 1 \quad \text{i} \quad m = m_i .$$

- Za *raspucalu stijensku masu* vrijedi da je:

$$0 \leq s < 1 \quad \text{i} \quad m < m_i .$$

Vrijednost m_i može se izračunati iz troosnog pokusa na uzorcima stijene pri različitim naprezanjima.

Hoek i Brown su predložili korištenje klasifikacija stijenske mase za određivanje vrijednosti parametara m i s . Pri tome su korištene i RMR i Q klasifikacija.

Predložili su i terensku procjenu tlačne čvrstoće.



Originalni Hoek-Brown kriterij čvrstoće

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

	KARBONATNE STIJENE S DOBRO RAZVIJENIM KRISTALNIM KLIVAŽOM dolomiti, vapnenci, mramori	OKAMENJENE GLINOVITE STIJENE glinci, siltiti, šejlovi (obični ili s klivažom)	ARENITNE STIJENE S JAKIM KRISTALIMA I SLABO RAZVIJENIM KRISTALNIM KLIVAŽOM pješččenjaci i kvarciti	FINOZRNATE POLIMINERALNE MAGMATSKJE KRISTALIZIRANE STIJENE andezit, dolerit, diabaz, riolit	KRUPNOZRNATE POLIMINERALNE MAGMATSKJE KRISTALIZIRANE STIJENE amfibiorit, gabro, gnajs, granit, norit, kvarcdiorit
INTAKTNA STIJENA Laboratorijski uzorak nema pukotina RMR=100 Q=500	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{7\sigma_{3n} + 1.0}$ $\tau_n = 0.816(\sigma_n + 0.140)^{0.65E}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{10\sigma_{3n} + 1.0}$ $\tau_n = 0.918(\sigma_n + 0.099)^{0.677}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{15\sigma_{3n} + 1.0}$ $\tau_n = 1.044(\sigma_n + 0.067)^{0.692}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{17\sigma_{3n} + 1.0}$ $\tau_n = 1.086(\sigma_n + 0.059)^{0.696}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{55\sigma_{3n} + 1.0}$ $\tau_n = 1.220(\sigma_n + 0.040)^{0.705}$
VRLO DOBRA KVALITETA STIJENSKE MASE Dobro uklinjena s hrpavim neoštećenim pukotinama na razmaku 1-3 m RMR=85 Q=100	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{3.5\sigma_{3n} + 0.1}$ $\tau_n = 0.651(\sigma_n + 0.028)^{0.679}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{5\sigma_{3n} + 0.1}$ $\tau_n = 0.739(\sigma_n + 0.020)^{0.692}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{7.5\sigma_{3n} + 0.1}$ $\tau_n = 0.848(\sigma_n + 0.013)^{0.702}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{8.5\sigma_{3n} + 0.1}$ $\tau_n = 0.883(\sigma_n + 0.012)^{0.705}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{12.5\sigma_{3n} + 0.1}$ $\tau_n = 0.998(\sigma_n + 0.008)^{0.712}$
DOBRA KVALITETA STIJENSKE MASE Neoštećena do neznatno oštećena stijena, neznatno poremećena s razmakom pukotina 1-3 m RMR=65 Q=10	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{0.7\sigma_{3n} + 0.004}$ $\tau_n = 0.369(\sigma_n + 0.006)^{0.669}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{1.0\sigma_{3n} + 0.004}$ $\tau_n = 0.427(\sigma_n + 0.004)^{0.683}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{1.5\sigma_{3n} + 0.004}$ $\tau_n = 0.501(\sigma_n + 0.003)^{0.695}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{1.7\sigma_{3n} + 0.004}$ $\tau_n = 0.525(\sigma_n + 0.002)^{0.698}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{2.5\sigma_{3n} + 0.004}$ $\tau_n = 0.603(\sigma_n + 0.002)^{0.707}$
SREDNJA KVALITETA STIJENSKE MASE Nekoliko setova umjereno oštećenih pukotina na razmaku 0.3-1 m RMR=44 Q=1.0	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{0.14\sigma_{3n} + 0.0001}$ $\tau_n = 0.198(\sigma_n + 0.007)^{0.662}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{0.20\sigma_{3n} + 0.0001}$ $\tau_n = 0.234(\sigma_n + 0.0005)^{0.675}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{0.30\sigma_{3n} + 0.0001}$ $\tau_n = 0.280(\sigma_n + 0.0003)^{0.688}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{0.34\sigma_{3n} + 0.0001}$ $\tau_n = 0.295(\sigma_n + 0.0003)^{0.691}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{0.50\sigma_{3n} + 0.0001}$ $\tau_n = 0.346(\sigma_n + 0.0002)^{0.700}$
SLABA KVALITETA STIJENSKE MASE Brojne oštećene pukotine na razmaku 30-500 mm s nešto ispune / čista zbijena stijenska ispuna RMR=23 Q=0.1	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{0.40\sigma_{3n} + 0.00001}$ $\tau_n = 0.115(\sigma_n + 0.0002)^{0.646}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{0.50\sigma_{3n} + 0.00001}$ $\tau_n = 0.129(\sigma_n + 0.0002)^{0.655}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{0.08\sigma_{3n} + 0.00001}$ $\tau_n = 0.162(\sigma_n + 0.0001)^{0.672}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{0.09\sigma_{3n} + 0.00001}$ $\tau_n = 0.172(\sigma_n + 0.0001)^{0.676}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{0.8\sigma_{3n} + 0.00001}$ $\tau_n = 0.203(\sigma_n + 0.0001)^{0.686}$
VRLO SLABA KVALITETA STIJENSKE MASE Brojne jako oštećene pukotine na razmaku <50 mm s ispunom / raspadnuta stijena RMR=3 Q=0.01	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{0.007\sigma_{3n} + 0}$ $\tau_n = 0.042(\sigma_n)^{0.534}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{0.010\sigma_{3n} + 0}$ $\tau_n = 0.050(\sigma_n)^{0.539}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{0.015\sigma_{3n} + 0}$ $\tau_n = 0.061(\sigma_n)^{0.546}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{0.017\sigma_{3n} + 0}$ $\tau_n = 0.065(\sigma_n)^{0.548}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{0.025\sigma_{3n} + 0}$ $\tau_n = 0.078(\sigma_n)^{0.556}$



Originalni Hoek-Brown kriterij čvrstoće

**ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU**

Stupanj	Opis stijenske mase	Jednoosna tlačna čvrstoća (MPa)	Point load test (PLT) (MPa)	Terenska procjena čvrstoće	Primjeri
R6	Ekstremno čvrsta	>250	>10	Uzorak se s geološkim čekićem jedino okrhne	Svježi bazalt, čert, diabaz, gnajs, granit, kvarcit
R5	Vrlo čvrsta	100-250	4-10	Uzorak zahtijeva veliki broj udaraca geološkim čekićem da bi se slomio	Amfibiolit, pješčenjak, bazalt, gabro, gnajs, granodiorit, vapnenac, mramor, riolit, tuf
R4	Čvrsta	50-100	2-4	Uzorak zahtijeva više od jednog udarca geološkim čekićem da bi se slomio	Vapnenac, mramor, filit, pješčenjak, škriljvac, šejl
R3	Srednje čvrsta	25-50	1-2	Uzorak nije moguće zarezati ili rascijepiti nožem, ali se može slomiti jednim udarcem geološkog čekića	Glinjak, ugljen, beton, škriljvac, šejl, siltit
R2	Meka	5-25	**	Uzorak se može zarezati nožem uz teškoće, a pojedini odlomci mogu se odcijepiti laganim udarcima geološkog čekića	Kreda, kamena sol, potaša
R1	Vrlo meka	1-5	**	Uzorak se raspada pod laganim udarcem geološkog čekića i može se rezati nožem	Jako raspadnute stijene ili izmijenjene stijene
R0	Ekstremno meka	0.25-1	**	Razdvaja se pod pritiskom nokta	Meka pukotinska ispuna

Ramamurthy (1985)

Ramamurthy je predložio kriterij čvrstoće za intaktnu i raspucalu stijensku masu u obliku:

$$\left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_3} \right] = B \left[\frac{\sigma_c}{\sigma_3} \right]^a$$

gdje su:

σ_1 – veće glavno naprezanje pri slomu

σ_3 – manje glavno naprezanje pri slomu

σ_c – jednoosna tlačna čvrstoća intaktne stijene

B, α – parametri intaktne stijene

Autor predlaže set podataka B_i i a_j za ispucalu ili razdrobljenu stijensku masu. Vidljivo je da ovaj kriterij vrijedi samo za $\sigma_3 > 0$.



Za intaktnu ili razdrobljenu stijensku masu, ovaj kriterij predviđa da je jednoosna vlačna čvrstoća jednaka nuli. Kriterij se bazira na uvođenju nelinearnosti u Mohr-Coulombov kriterij čvrstoće te pokriva slučajeve za krte i duktilne osobine pri graničnim naprezanjima. Ipak, ne pokazuje dobre rezultate za slučajeve određivanja čvrstoće stijene pri niskim graničnim naprezanjima.

Pan i Hudson (1988)

Autori su predložili pojednostavljenu trodimenzionalnu verziju Hoek-Brownovog kriterija čvrstoće koja glasi:

$$\frac{3}{\sigma_c} \cdot J_2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot m \cdot \sqrt{J_2} - \frac{m}{3} \cdot I_1 = s \cdot \sigma_c$$

gdje su:

J_2 – druga invarijanta devijatorskog tenzora naprezanja

I_1 – prva invarijanta tenzora naprezanja

σ_c – jednoosna tlačna čvrstoća intaktne stijene

m, s – Hoek-Brownovi parametri čvrstoće

Ovaj kriterij je nastao transformacijom originalne zakrivljenosti heksagonalnog oblika Hoek-Brownove površine sloma u paraboloidnu površinu kružnog poprečnog presjeka. Poprečni presjek uzduž hidrostatske osi je "srednja" površina između unutrašnje i vanjske konture Hoek-Brownove plohe sloma. Ovaj kriterij dobro predviđa čvrstoću slabih stijena, ali "potcjenjuje" čvrstoću čvrstih stijena.

Hoek i Brown (1988)

U praktičnom korištenju originalni kriterij se pokazao prekonzervativnim u većini primjena.

Unaprijeđenje kriterija sastoji se u uvođenju efektivnih naprezanja te načina određivanja vrijednosti parametara m i s .

$$\sigma_1' = \sigma_3' + \sqrt{m\sigma_3'\sigma_c + s\sigma_c^2}$$

➤ **Neporemećena** stijenska masa: $m = m_i \cdot e^{\frac{RMR-100}{28}}$ $s = e^{\frac{RMR-100}{9}}$

➤ **Poremećena** stijenska masa: $m = m_i \cdot e^{\frac{RMR-100}{14}}$ $s = e^{\frac{RMR-100}{6}}$

m_i - vrijednost m intaktne stijene



Unaprijeđeni Hoek-Brown kriterij čvrstoće

ZAVOD ZA
GEOTEHNIKU

EMPIRIJSKI KRITERIJ ČVRSTOĆE		KARBONATNE STUJENE S DORBO RAZVIJENIM KRISTALNIM KLIVAŽOM dolomiti, vapnenici, mramori	OKAMENJENE GLINOVITE STUJENE šejli, sliti, glineni škriljci, laporci	ARENITNE STUJENE S JAKIM KRISTALIMA I SLABO RAZVIJENIM KRISTALNIM KLIVAŽOM pješčanjak, kvarcit	FINOZRNATE POLIMINERALNE MAGMATSKJE KRISTALIZIRANE STUJENE andezit, dolerit, diabaz, riolit	KRUPNOZRNATE POLIMINERALNE MAGMATSKJE I METAMORFNE KRISTALIZIRANE STUJENE amfibolit, gablo, gnajs, granit, norit, kvarciorit
$\sigma'_1 = \sqrt{m\sigma_c\sigma'_3 + s\sigma_c^2}$ σ'_1 - veći glavni efektivni napon, σ'_3 - manji glavni efektivni napon, σ_n - jednoosna tlačna čvrstoća intaktnje stijene, m, s – empirijski param., poremećeno, mi, si – empirijski param., neporemećeno						
INTAKTNA STUJENA Laboratorijski uzorak bez pukotina.	m s mi si	7.00 1.00 7.00 1.00	10.00 1.00 10.00 1.00	15.00 1.00 15.00 1.00	17.00 1.00 17.00 1.00	25.00 1.00 25.00 1.00
VRLO DOBRA KVALITETA STUJENE Dobro uklinjena s hrpavim neoštećenim pukotinama na razmaku 1-3 m.	m s mi si	2.40 0.082 4.10 0.189	3.43 0.082 5.85 0.189	5.14 0.082 8.78 0.189	5.82 0.082 9.95 0.189	8.56 0.082 14.63 0.189
DOBRA KVALITETA STUJENSKE MASE Neoštećena do neznatno oštećena stijena, neznatno poremećena s razmakom pukotina 1-3 m.	m s mi si	0.575 0.00293 2.0060 0.0205	0.821 0.00293 2.865 0.0205	1.231 0.00293 4.298 0.0205	1.395 0.00293 4.871 0.0205	2.052 0.00293 7.163 0.0205
SREDNJA KVALITETA STUJENSKE MASE Nekoliko skupova umjereno oštećenih pukotina na razmaku 0.3-1.0 m.	m s mi si	0.128 0.00009 0.947 0.00198	0.183 0.00009 1.353 0.00198	0.275 0.00009 2.030 0.00198	0.311 0.00009 2.301 0.00198	0.458 0.00009 3.383 0.00198
SLABA KVALITETA STUJENSKE MASE Brojne oštećene pukotine na razmaku 30-500 mm s nešto ispune. Čista zbijena stijenska ispuna.	m s mi si	0.029 0.000003 0.447 0.00019	0.041 0.000003 0.639 0.00019	0.061 0.000003 0.959 0.00019	0.069 0.000003 1.087 0.00019	0.102 0.000003 1.598 0.00019
VRLO SLABA KVALITETA STUJENSKE MASE Brojne jako oštećene pukotine na razmaku <50 mm s ispunom. Raspadnuta stijena.	m s mi si	0.007 0.0000001 0.219 0.00002	0.010 0.0000001 0.313 0.00002	0.015 0.0000001 0.469 0.00002	0.017 0.0000001 0.532 0.00002	0.025 0.0000001 0.782 0.00002

Vrijednosti RMR se usvajaju na osnovi klasifikacije Bieniawskog iz 1976. godine. Važno je napomenuti da se pri određivanju vrijednosti parametara m i s usvajaju suhi uvjeti stijenske mase (10 bodova), a ne uzima se u obzir utjecaj orijentacije pukotina.

Utjecaj orijentacije pukotina kao i uvjeti podzemne vode moraju se uključiti u analizama stabilnosti.

Yoshida, Morgenstern i Chan (1990)

Autori predlažu troparametarski empirijski odnos za procjenu čvrstoće intaktne i razdrobljene stijenske mase. Taj odnos se opisuje kao:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + A \cdot \sigma_c \cdot \left[\frac{\sigma_3}{\sigma_c} - S \right]^{\frac{1}{B}}$$

Ovaj kriterij se može izraziti u linearnom obliku ako se usvoji da je $B=1$, te u nelinearnom obliku da je $B>1$. Može se izvesti i specijalni slučaj ovog kriterija koji je u skladu sa Mohr-Coulombovim kriterijem, ako se usvoji da je $B=2$. Ovaj kriterij je primijenjivan za proučavanje vremenski ovisne nestabilnosti u pukotinama prekonsolidiranih glina.

Hoek, Wood i Shah (1992)

Za male vrijednosti manjih glavnih naprezanja, originalni i unaprijeđeni kriterij općenito daju previsoku vrijednost vlačne čvrstoće stijenske mase. Za raspucalu stijensku masu, prava vrijednost vlačne čvrstoće je vrlo mala ili jednaka nuli.

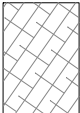
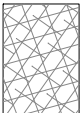
$$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_c \left(m_b \frac{\sigma'_3}{\sigma_c} \right)^a$$

m_b, a - konstante ovisne o karakteristikama stijenske mase

σ_c - jednoosna tlačna čvrstoća intaktne stijene

σ_1 - veće glavno naprezanje pri slomu

σ_3 - manje glavno naprezanje pri slomu

MODIFICIRANI HOEK-BROWNOV KRITERIJ ČVRSTOĆE			STANJE POVRŠINE DISKONTINUITETA				
			VRLO DOBRO, vrlo hrapavo, površine diskontinuiteta neoštećene	DOBRO, hrapavo, lagano oštećene površine, metalna boja površine	POVOLJNO, glatko, srednje oštećena ili promijenjena površina	LOŠE, ispucala, jako oštećena površina sa zbijenom naslagom ili ispunom koja sadrži uglaste fragmente stijene	VRLO LOŠE, ispucala, jako oštećena površina sa slojem ili ispunom od mekane gline
$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_c \left(m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right)^a$ σ_1 - veći glavni efektivni napon , σ_3 - manji glavni efektivni napon, σ_c - jednoosna tlačna čvrstoća intaktna stijene, m_b, a - konstante koje ovise o sustavu, strukturi i stanju površine stijenske mase			STRUKTURA STIJENSKE MASE				
	BLOKOVI - vrlo dobro uklještene , neporemećena stijenska masa; veliki blokovi	mb/mi a	0.7	0.5	0.3	0.1	
			0.3	0.35	0.4	0.45	
	UGLAVNOM BLOKOVI - uklještene, djelomično poremećena stijenska masa; blokovi srednje veličine	mb/mi a	0.3	0.2	0.1	0.04	
			0.4	0.45	0.5	0.5	
	BLOKOVI / SLOJEVITO - naborano s rasjedima, ispresjecano s mnogo diskontinuiteta; mali blokovi	mb/mi a		0.08	0.04	0.01	0.004
				0.5	0.5	0.55	0.6
	ZDROBLJENO - loše uklještene, jako zdrobljena stijenska masa; vrlo mali blokovi	mb/mi a		0.03	0.015	0.003	0.001
				0.5	0.55	0.6	0.65

Hoek (1995)

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_c \left(m_b \frac{\sigma'_3}{\sigma_c} + s \right)^a$$

m_b , a - konstante ovisne o karakteristikama stijenske mase

σ_c - jednoosna tlačna čvrstoća intaktne stijene

σ_1 - veće glavno naprezanje pri slomu

σ_3 - manje glavno naprezanje pri slomu

$s = 1$, $a = 0.5$ – *originalni* Hoek-Brown kriterij

$s = 0$ – *modificirani* Hoek-Brown kriterij

Za vrijednost parametara m_b , s i a predlažu se izrazi u ovisnosti od vrijednosti geološkog indeksa čvrstoće (**Geological Strength Index—GSI**).

- Stijenska masa, $GSI > 25$:

$$m_b = m_i \cdot e^{\frac{GSI-100}{28}} \quad s = e^{\frac{GSI-100}{9}} \quad a = 0.5$$

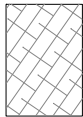
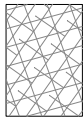
- Stijenska masa, $GSI < 25$:

$$s = 0 \quad a = 0.65 - \frac{GSI}{200}$$

Tip stijene	Klasa	Grupa	Tekstura			
			Krupna	Srednja	Fina	Vrlo fina
SEDIMENTNE	Klastične		Konglomerat (22)	Pješčenjak 19	Siltit (Prahovnjak) 9	Argilit (Glinjak) 4
			Grauvaka 18			
	Neklastične	Organske	Kreda 7 Ugljen (8-21)			
		Karbonatne	Breča (20)	Sparitni vapnenac (10)	Mikritni vapnenac 8	
		Kemijske		Gips 16	Anhidrit 13	
	METAMORFNE	Neškrijjave		Mramor 9	Hornfels (Rožnac) (19)	Kvarcit 24
Slabo škrijjave		Migmatit (30)	Amfibolit 25-31	Milonit (6)		
Škrijjave		Gnajs 33	Škrijjavac 4-8	Filit (10)	Slejt 9	
MAGMATSKE	Svijetle (Kisele)		Granit 33		Riolit (16)	Opsidijan (19)
			Granodiorit (30)		Dacit (17)	
			Diorit (28)		Andezit 19	
Tamne (Lužnate)		Gabro 27	Dolerit (19)	Bazalt (17)		
		Norit 22				
	Efuzivni piroklastični tip		Aglomerat (20)	Breča (18)	Tuf (15)	

* Vrijednosti za intaktnu stijenu ispitane okomito na škrijjavost. Vrijednost m_i je značajno različita u slučaju da slom nastupa duž plohe škrijjavosti. (Hoek, 1983).

Vrijednost m_i intaktne
stijene

OPĆI HOEK-BROWNOV KRITERIJ ČVRSTOĆE			STANJE POVRŠINE DISKONTINUITETA				
			VRLO DOBRO, vrlo hrapavo, površine diskontinuiteta neoštećene	DOBRO, hrapavo, lagano oštećene površine, metalna boja površine	POVOLJNO, glatko, srednje oštećena ili promijenjena površina	LOŠE, ispucala, jako oštećena površina sa zbijenom naslagom ili ispunom koja sadrži uglaste fragmente stijene	VRLO LOŠE, ispucala, jako oštećena površina sa slojem ili ispunom od mekane gline
$\sigma_1' = \sigma_3' + \sigma_c \left(m_b \frac{\sigma_3'}{\sigma_c} + s \right)^a$ σ_1' - veći glavni efektivni napon, σ_3' - manji glavni efektivni napon, σ_c - jednoosna tlačna čvrstoća intaktne stijene, m, s, a - konstante koje ovise o sustavu, strukturi i stanju površine stijenske mase			STRUKTURA STIJENSKE MASE				
	BLOKOVI	mb/mi	0.60	0.49	0.26	0.16	0.08
	Vrlo dobro ukleštena i neporemećena stijenska masa	s	0.190	0.021	0.015	0.003	0.0004
	s kubičnim blokovima	a	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
	formiranim s 3 ortogonalna diskontinuiteta	Em/MPa	75 000	40 000	20 000	9 000	3 000
		v	0.2	0.2	0.25	0.25	0.25
		GSI	85	75	62	48	34
	UGLAVNOM BLOKOVI	mb/mi	0.40	0.29	0.16	0.11	0.07
	Uklešteno, djelomično poremećena stijenska masa	s	0.062	0.021	0.003	0.001	0
	s višeplošnim uglatim blokovima formiranim s 4 ili više diskontinuiteta	a	0.5	0.5	0.5	0.5	0.53
		Em/MPa	40 000	24 000	9 000	5 000	2 500
		v	0.2	0.25	0.25	0.25	0.3
		GSI	75	65	48	38	25
	BLOKOVI / SLOJEVITO	mb/mi	0.24	0.17	0.12	0.08	0.06
	Naborano s rasjedima te ispresijecano s mnogo diskontinuiteta koji formiraju uglate blokove	s	0.012	0.004	0.001	0	0
		a	0.5	0.5	0.5	0.5	0.55
		Em/MPa	18 000	10 000	6 000	3 000	2 000
		v	0.25	0.25	0.25	0.3	0.3
		GSI	60	50	40	30	20
	ZDROBLJENO	mb/mi	0.17	0.12	0.08	0.06	0.04
	Loše uklinjena, jako zdrobljena stijenska masa s mješavinom uglatih i zaobljenih blokova	s	0.004	0.001	0	0	0
		a	0.5	0.5	0.5	0.55	0.60
		Em/MPa	10 000	6 000	3 000	2 000	1 000
		v	0.25	0.25	0.3	0.3	0.3
		GSI	50	40	30	20	10

Hoek, Carranza-Torres i Corkum (2002)

$$m_b = m_i \cdot e^{\frac{GSI-100}{28-14D}} \quad s = e^{\frac{GSI-100}{9-3D}} \quad a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}(e^{-GSI/15} - e^{-20/3})$$

m_i - vrijednost m intaktne stijene koja se određuje iz troosnih pokusa na uzorcima stijene pri različitim naprezanjima ili se procjenjuje prema vrsti stijene.

D – faktor koji ovisi o stupnju poremećenosti stijenske mase uslijed oštećenja nastalih miniranjem i relaksacijom. Vrijednost D varira od 0 za neporemećenu stijensku masu *in situ* do 1 znatno poremećenu stijensku masu.



Rocscience Inc., Roclab, www.rocscience.com

