

MATEMATIKA 2, 26. 6. 2024.

Ime i prezime: _____

1.	2.	3.	4.	5.

1. dio

2. dio

Σ

1. Riješite diferencijalne jednačbe:

(a) (10 bodova) $y' + xye^x = y$,

(b) (10 bodova) $y'' + 4y = x^2$.

2. (a) (13 bodova) Odredite i skicirajte prirodnu domenu funkcije

$$f(x, y) = \arcsin\left(\frac{y}{x^2 + 1}\right) + \ln(y - x + 1).$$

(b) (12 bodova) Odredite lokalne ekstreme funkcije

$$f(x, y) = \frac{x^2}{2} + xy^2 + 2x + 2y^3.$$

3. (15 bodova) Odredite površinu skupa

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 - 2x + y^2 \geq 0, x^2 - 4x + y^2 \leq 0, y \geq x\}.$$

Skicirajte D .

4. (a) (13 bodova) Zadano je vektorsko polje

$$\vec{a} = z \cos(xz) \vec{i} + (ze^{yz} + 2) \vec{j} + (x \cos(xz) + ye^{yz}) \vec{k}.$$

Je li polje $\vec{a}$ potencijalno? Ako jest, odredite mu potencijal.

(b) (12 bodova) Izračunajte

$$\int_{\Gamma} xy \, ds,$$

ako je Γ presječnica ploha $y = 2 - x$ i $z = 1$ u prvom oktantu. Skicirajte krivulju.

5. (15 bodova) Izračunajte tok vektorskog polja $\vec{a} = \vec{j} + z^3 \vec{k}$ kroz sferu $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Skicirajte sferu.

Prvi dio čine prva tri zadatka. **Drugi dio** čine 4. i 5. zadatak.

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
C	0	$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
x^α	$\alpha x^{\alpha-1}$	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
e^x	e^x	$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
a^x	$a^x \ln a$	$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$\operatorname{arcctg} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$	$\operatorname{sh} x$	$\operatorname{ch} x$
$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{ch} x$	$\operatorname{sh} x$
$\cos x$	$-\sin x$	$\operatorname{th} x$	$\frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{cth} x$	$-\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}$

$f(x)$	$\int f(x)dx$	$f(x)$	$\int f(x)dx$
1	$x + C$	$\cos x$	$\sin x + C$
x^α	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$	$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\operatorname{ctg} x + C$
e^x	$e^x + C$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$
a^x	$\frac{a^x}{\ln a} + C$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\operatorname{arctg} x + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + C$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin x + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$	$\frac{1}{\sqrt{x^2 \pm 1}}$	$\ln x + \sqrt{x^2 \pm 1} + C$