

PREZIME I IME:

GRUPA:

MATEMATIKA II

2. kolokvij

11.6.2012.

A

1. a) (2 boda) Izračunajte $\operatorname{div} \vec{a}$ u točki $T(1, 1, 2)$, ako je

$$\vec{a}(x, y, z) = x^2 y \vec{i} + z \sin \pi y \vec{j} + x \ln z \vec{k}.$$

b) (3 boda) Odredite derivaciju skalarnog polja $f(x, y, z) = \frac{e^{xy}}{z}$ u smjeru vektora

$$\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{6}}(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) \text{ u točki } T(1, 1, 1).$$

RJEŠENJE:

2. (5 bodova) Izračunajte $\int_{\Gamma} y ds$, ako je krivulja Γ presječnica ploha $x = 4 - y^2$ i $z = x$ u 1. oktantu. Skicirajte krivulju.

RJEŠENJE:

3. (5 bodova) Izračunajte $\int_{\vec{\Gamma}} (y+1)dx + 2xdy + (z-1)dz$, ako je $\vec{\Gamma} = \vec{\Gamma}_1 \cup \vec{\Gamma}_2$ zatvorena pozitivno orjentirana krivulja, takva da je $\vec{\Gamma}_1$ luk helikoidne spirale $x(t) = \cos t$, $y(t) = \sin t$, $z(t) = t$ za $t \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$, a $\vec{\Gamma}_2$ spojnica točaka $A(-1, 0, \pi)$ i $B(0, 1, \frac{\pi}{2})$. Skicirajte krivulju.

RJEŠENJE:

4. (5 bodova) Izračunajte površinu plohe Σ , ako je Σ dio paraboloida $z = 4 - x^2 - y^2$ omeđen koordinatnom ravninom $z = 0$ za koji vrijedi $y \geq 0$. Skicirajte plohu.

RJEŠENJE:

PREZIME I IME:

GRUPA:

MATEMATIKA II

2. kolokvij

11.6.2012.

B

1. (5 bodova) Provjerite da je polje $\vec{a}(x, y, z) = (x^2 + 1)\vec{i} + \sin z\vec{j} + y \cos z\vec{k}$ potencijalno i izračunajte potencijal polja \vec{a} .

RJEŠENJE:

2. (5 bodova) Izračunajte $\int_{\Gamma}(xy + y^2)ds$, ako je krivulja Γ određena jednažbom $x^2 + y^2 = 4x$. Skicirajte krivulju.

RJEŠENJE:

3. (5 bodova) Izračunajte $\int \int_{\Sigma} (x^2 + y^2) dS$, ako je ploha Σ dio plašta stošca $z^2 = x^2 + y^2$ između ravnina $z = 1$ i $z = 2$. Skicirajte plohu.

RJEŠENJE:

4. (5 bodova) Koristeći Stokesov teorem izračunajte $\int_{\vec{\Gamma}} x^2 y dx + y dy + 2z dz$, ako pozitivno orjentirana krivulja $\vec{\Gamma}$ predstavlja rub paraboloida $z = 5 - x^2 - y^2$ omeđenog odozdo ravninom $z = 1$. Skicirajte plohu.

RJEŠENJE: