

MATEMATIKA 2, 19.6.2013.

1. Neka je dana funkcija $f(x, y) = \arcsin(e^{x^2+y^2-2x-2y-2}) + \ln(xy)$.
 - (a) (8 bodova) Odredite i skicirajte prirodnu domenu funkcije f .
 - (b) (4 bodova) Odredite parcijalnu derivaciju funkcije f po varijabli x .
2. Neka je dana funkcija $f(x, y) = e^y(2x^2 + y)$.
 - (a) (7 bodova) Odredite lokalne ekstreme funkcije f .
 - (b) (5 bodova) Odredite tangencijalnu ravninu na graf dane funkcije u točki $(-2, 0, ?)$.
3. Riješite sljedeće diferencijalne jednadžbe:
 - (a) (7 bodova) $xy' = 2y + x^4e^x$, uz uvjet $y(1) = 0$.
 - (b) (5 bodova) $4y'' - 12y' + 9y = 0$.
4. (12 bodova) Izračunajte površinu manjeg lika omeđenog krivuljom $x^2 + y^2 = 6y$ i pravcem $y = -\sqrt{3}x$. Skicirajte lik.
5. (12 bodova) Izračunajte volumen tijela omeđenog dijelovima ploha $z = x^2 - 10 + y^2$ i $z = -\sqrt{x^2 + y^2} + 20$. Skicirajte zadano tijelo.
6. (a) (8 bodova) Odredite konstante $A, B, C \in \mathbb{R}$ tako da vektorsko polje

$$\vec{v} = (-x + 2y - Bz)\vec{i} + (Cx + y + 3z)\vec{j} + (2x - Ay + 4z)\vec{k}$$

bude potencijalno, te mu odredite potencijal.

- (b) (8 bodova) Pomoću Greenovog teorema izračunajte $\int_{\vec{\Gamma}} (e^x \sin y - 3y)dx + (e^x \cos y - 4)dy$, gdje je $\vec{\Gamma}$ pozitivno orijentirana krivulja $x^2 + y^2 = 8x$.
7. (12 bodova) Izračunajte

$$\int_{\vec{\Gamma}} x^2 dx + xy dy + yz dz,$$

gdje je $\vec{\Gamma}$ spojnica ishodišta i točke $(-2, 1, 3)$.

8. (12 bodova) Izračunajte

$$\iint_{\Sigma} \frac{x^2 + y^2}{3} dS,$$

ako je Σ ploha zadana jednadžbom $x^2 + y^2 + z^2 = 16$. Skicirajte ploh.