

## MATEMATIKA 2, 17.2.2014.

1. Riješite sljedeće diferencijalne jednačbe:

(a) (7 bodova)  $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$ .

(b) (5 bodova)  $y'' + y' = x$ , uz uvjete  $y(0) = 2$  i  $y'(0) = -2$ .

2. Neka je dana funkcija  $f(x, y) = \ln(x^2 - 4y) - \arcsin(x^2 + y^2)$ .

(a) (6 bodova) Odredite i skicirajte prirodnu domenu funkcije  $f$ .

(b) (6 bodova) Odredite parcijalnu derivaciju funkcije  $f$  po varijabli  $x$ .

3. (a) (8 bodova) Odredite sve tangencijalne ravnine na plohu  $z = x^2 + y^2$  koje su okomite na pravac  $x = y = z$ . Skicirajte plohu.

(b) (4 boda) Odredite lokalne ekstreme funkcije  $g(x, y) = 2x^2 + y^2 + 4x + 4y - 16$ .

4. (12 bodova) Izračunajte integral

$$\iint_D \frac{xy}{x^2 + y^2} dx dy,$$

gdje je  $D$  polovina kruga sa središtem u ishodištu, radijusa 2, iznad  $x$ -osi.

5. (12 bodova) Izračunajte integral

$$\iiint_{\Omega} x dx dy dz,$$

gdje je  $\Omega$  tijelo omeđeno plohom  $\sqrt{x^2 + y^2} + z = 1$  i  $xy$ -ravninom. Skicirajte  $\Omega$ .

6. (a) (6 bodova) Zadana je funkcija  $f(x, y, z) = xy + yz + xz + 1$ . Izračunajte

$$\operatorname{div}(\operatorname{rot}(\operatorname{grad} f)).$$

(b) (10 bodova) Zadano je vektorsko polje  $\vec{v} = 2xy\vec{i} + x^2\vec{j}$ . Dokažite da  $\vec{v}$  potencijalno, i odredite mu potencijal  $\rho$ . Zatim izračunajte

$$\int_{\vec{\Gamma}} \vec{v} d\vec{r},$$

gdje je  $\vec{\Gamma}$  pozitivno orijentirana kružnica radijusa  $\pi$  oko ishodišta.

7. (12 bodova) Izračunajte tok vektorskog polja

$$\vec{a} = 4xy^3\vec{i} - y^4\vec{j} + 4z\vec{k}$$

kroz zatvorenu plohu koja se sastoji od dijelova ploha  $z = -x^2 - y^2$  i  $z = \sqrt{x^2 + y^2} - 6$ . Skicirajte plohu.

8. (12 bodova) Izračunajte

$$\iint_{\Sigma} (x^2 + y^2) dS$$

po sferi oko ishodišta radijusa 1.