

MATEMATIKA 2, 26. 6. 2013.

1. Neka je dana funkcija $f(x, y) = \arccos(x^2 + y^2 - 1) + \ln(y - x + \sqrt{2})$.
 - (a) (8 bodova) Odredite i skicirajte prirodnu domenu funkcije f .
 - (b) (4 boda) Odredite parcijalnu derivaciju funkcije f po varijabli x .
2. Neka je dana funkcija $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy - 3x - 3y + 5$.
 - (a) (6 bodova) Odredite lokalne ekstreme funkcije f .
 - (b) (6 bodova) Odredite tangencijalnu ravninu na graf dane funkcije u točki $(2, 2, ?)$.
3. Riješite sljedeće diferencijalne jednadžbe
 - (a) (7 bodova) $y' = x^2y^2 + x^2 - y^2 - 1$ uz uvjet $y(0) = \sqrt{3}$.
 - (b) (5 bodova) $xy' + y = 3x^2$.
4. (12 bodova) Izračunajte površinu manjeg lika omeđenog krivuljama $x^2 + y^2 = 1$ i $y = \frac{2}{3}x^2$. Skicirajte lik.
5. (12 bodova) Izračunajte volumen tijela omeđenog plohami $z = 0$, $z = 2$, $x^2 + y^2 = 4$, $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ i $y = \sqrt{3}x$ u prvom oktantu. Skicirajte tijelo.
6.
 - (a) (7 bodova) Pokažite da je polje $\vec{a} = \vec{i} + (e^z - \sin y)\vec{j} + ye^z\vec{k}$ potencijalno i odredite mu potencijal.
 - (b) (9 bodova) Izračunajte $\int_{\Gamma} \frac{y}{2x} ds$, gdje je Γ luk krivulje $y = 2x^2$ između točaka $A(\frac{1}{\sqrt{2}}, 1)$ i $B(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}, 3)$. Skicirajte Γ .
7. (12 bodova) Izračunajte

$$\int_{\vec{\Gamma}} (y^2 + z)dx + (z^2 + x)dy + (x^2 + y)dz,$$

gdje je $\vec{\Gamma}$ spojnica ishodišta i točke $(1, 2, 2)$.

8. (12 bodova) Izračunajte tok vektorskog polja $\vec{a} = -3xy^2\vec{i} + y^3\vec{j} + 2z\vec{k}$ kroz zatvorenu plohu koja se sastoji od dijelova ploha $z = x^2 + y^2$ i $z = 6 - \sqrt{x^2 + y^2}$. Skicirajte plohu.