

MATEMATIKA 2, 18.6.2014.

1. Riješite diferencijalne jednadžbe:

(a) (5 bodova) $y' = xe^{x^2-y}$,

(b) (7 bodova) $y'' + y = x^2$.

2. (12 bodova) Skicirajte prirodnu domenu funkcije

$$f(x, y) = \frac{\sqrt[4]{x - y^2}}{\ln(x^2 + y^2 - 2x - 3)}.$$

Da li se točka $(\sqrt{5} + 1, 0)$ nalazi u prirodnoj domeni funkcije f ?

3. (a) (6 bodova) Zadana je funkcija

$$f(x, y) = \varphi(2x^2 - y) - y^2,$$

gdje je $\varphi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ neka nepoznata funkcija. Izračunajte

$$\frac{\partial f}{\partial x} + 4x \frac{\partial f}{\partial y}.$$

(b) (6 bodova) Odredite sve lokalne ekstreme funkcije $g(x, y) = x^2 + y^2 + 2x - 4y + 11$.

4. (12 bodova) Izračunajte površinu manjeg lika koji je omeđen krivuljama $x^2 + y^2 = 4$ i $y = \sqrt{3}|x|$. Skicirajte lik.

5. (12 bodova) Izračunajte

$$\iiint_V x \, dx \, dy \, dz,$$

gdje je V tijelo omeđeno plohama $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$ i $z = 1$. Skicirajte tijelo.

6. Zadana je je vektorsko polje $\vec{v} = 2xy \sin z \vec{i} + x^2 \sin z \vec{j} + x^2y \cos z \vec{k}$.

(a) (6 bodova) Da li je ono solenoidalno? Da li je potencijalno?

(b) (5 bodova) Ukoliko je potencijalno, odredite mu potencijal.

(c) (5 bodova) Izračunajte

$$\int_{\vec{\Gamma}} \vec{v} \, d\vec{s},$$

gdje je $\vec{\Gamma}$ spojnica točkaka $(-1, 1, \pi)$ i $(2, 2, \frac{\pi}{2})$.

7. (12 bodova) Izračunajte

$$\int_{\vec{\Gamma}} (x^4 - xe^x) \, dx + (x^2y - x^2) \, dy$$

gdje je $\vec{\Gamma}$ pozitivno orijentiran rub trokuta s vrhovima $(0, 0, 0)$, $(2, 0, 0)$ i $(0, 1, 0)$.

8. (12 bodova) Izračunajte površinu dijela sfere $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ koju iz nje isjeca ploha $z = \sqrt{x^2 + y^2}$. Skicirajte plohu.