

## MATEMATIKA 2, 26. 6. 2014. ( $\alpha$ )

1. Riješite sljedeće diferencijalne jednačbe

(a) (7 bodova)  $y'' - 6y' + 8y = (3x + 2)e^x$

(b) (5 bodova)  $y^2 y' = \frac{1}{x^3}$

2. Neka je dana funkcija  $f(x, y) = \arcsin(x^2 + y^2 - 3) + x + \sqrt{1 - y}$ .

(a) (8 bodova) Odredite i skicirajte prirodnu domenu funkcije  $f$ .

(b) (4 boda) Izračunajte  $\frac{\partial f}{\partial x}(\sqrt{3}, 0)$ .

3. Neka je dana funkcija  $f(x, y) = 3x^2y + y^3 - 3x^2 - 3y^2 + 12$ .

(a) (8 bodova) Odredite lokalne ekstreme funkcije  $f$ .

(b) (4 boda) Odredite tangencijalnu ravninu na graf dane funkcije u točki  $(0, 0, f(0, 0))$ .

4. (12 bodova) Izračunajte površinu lika unutar krivulje  $x^2 + y^2 = 4$  koji se nalazi izvan krivulje  $x^2 + y^2 = 1$  i iznad grafa funkcije  $y = x$ . Skicirajte lik.

5. (12 bodova) Odredite volumen tijela u 1. oktantu omeđenog plohami  $2z = y^2$ ,  $x^2 + y^2 = 4$  i koordinatnim ravninama. Skicirajte tijelo.

6. Zadano je polje

$$\vec{v} = (2a^2x^3y^4 + x)\vec{i} + ((a^2 + 1)x^4y^3 + y)\vec{j}.$$

(a) (8 bodova) Nađite konstantu  $a$  takvu da je polje potencijalno i odredite mu potencijal.

(b) (6 bodova) Je li dobiveno polje solenoidalno? Postoji li neka druga konstanta  $a$  takva da je polje solenoidalno?

7. Izračunajte sljedeće integrale

(a) (7 bodova)

$$\int_{\Gamma} x^3 ds,$$

ako je  $\Gamma$  krivulja  $x^2 + y^2 = 4y$ . Skicirajte  $\Gamma$ .

(b) (7 bodova)

$$\int_{\vec{\Gamma}} (y + z)dx + (z + x)dy + (x + y)dz,$$

gdje je  $\vec{\Gamma}$  spojnica točke  $(0, 1, 1)$  i točke  $(1, 1, 2)$ .

8. (12 bodova) Izračunajte tok vektorskog polja  $\vec{a} = -3xy^2\vec{i} + y^3\vec{j} + 2z\vec{k}$  kroz zatvorenu plohu koja se sastoji od dijelova ploha  $z = x^2 + y^2$  i  $z = 6 - \sqrt{x^2 + y^2}$ . Skicirajte plohu.