

## MATEMATIKA 2, 26.6.2014. ( $\beta$ )

1. Riješite diferencijalne jednadžbe:

(a) (5 bodova)  $y' = \sin x - y^2 \sin x$ ,

(b) (7 bodova)  $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}$ .

2. (12 bodova) Skicirajte prirodnu domenu funkcije

$$f(x, y) = \frac{\ln(x^2 + y^2 - 6y)}{\sqrt[3]{e^x - e^y}}.$$

Da li se točka  $(0, \sqrt{10} + 3)$  nalazi u prirodnoj domeni funkcije  $f$ ?

3. (a) (6 bodova) Zadana je funkcija

$$f(x, y) = \varphi\left(\frac{x}{y}\right),$$

gdje je  $\varphi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  neka nepoznata funkcija. Izračunajte

$$\frac{x}{y} \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y}.$$

(b) (6 bodova) Odredite tangencijalnu ravninu na graf funkcije  $f(x, y) = e^{x-y}$  u točki  $(1, 1, ?)$ .

4. (12 bodova) Izračunajte površinu lika omeđenog krivuljama  $x = 4 - y^2$  i  $x = 2y^2 - 8$ . Skicirajte lik.

5. (12 bodova) Izračunajte

$$\iiint_V y \, dx \, dy \, dz,$$

gdje je  $V$  tijelo omeđeno plohami  $z = x^2 + y^2 - 3$  i  $z = 2$ . Skicirajte tijelo.

6. (a) (4 bodova) Izračunajte divergenciju i rotaciju vektorskog polja  $\vec{a} = xy\vec{i} + xe^z\vec{j} + \vec{k}$ .

(b) (5 bodova) Izračunajte usmjerenu derivaciju polja  $f(x, y, z) = xy + xy^2z + e^z$ , u smjeru vektora  $\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ , u točki  $(1, 1, 1)$ .

(c) (7 bodova) Izračunajte masu parabole  $y = x^2$ ,  $x \in [-2, 2]$ , s linijskom gustoćom  $g(x, y) = \sqrt{y}$ .

7. (12 bodova) Izračunajte površinu dijela polusfere  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ ,  $z \geq 0$ , koju isjeca cilindar  $x^2 + y^2 = 4y$ .

8. (12 bodova) Izračunajte tok vektorskog polja  $\vec{v} = y^4\vec{i} + x^4\vec{j} + z^2\vec{k}$  po zatvorenoj plohi sastavljenoj od paraboloida  $z = 4 - x^2 - y^2$ ,  $z \geq 0$ , i kruga  $x^2 + y^2 \leq 2$ . Skicirajte plohu.