FV metoda za konvektivno-difuzivne probleme

U problemima u kojima strujanje igra važnu ulogu konvekcija mora biti uzeta u obzir (difuzija je uvijek prisutna uz konvekciju). Stacionarna konvektivno-difuzivna jednadžba je izvedena iz jednadžbe pronosa za opću karakteristiku ϕ, uz zanemarenje tranzijentnog člana:

$$\mathrm{div}(\rho \mathbf{u} \phi) = \mathrm{div}(\Gamma \,\mathrm{grad}\, \phi) + S_\phi \qquad (32)$$

Formalnom integracijom po kontrolnom volumenu dobiva se:

$$\int_A \mathbf{n} \cdot (\rho \phi \mathbf{u}) dA = \int_A n \cdot (\Gamma \,\mathrm{grad}\, \phi) dA + \int_{CV} S_\phi dV \qquad (33)$$

Lijeva strana- ukupni konvektivni protok;
Desna strana – ukupni difuzivni protok te generiranje (izvor) ili destrukcija (ponor) karakteristike ϕ unutar kontrolnog volumena.

Principijelni problem u diskretizaciji konvektivnog člana je proračun vrijednosti karakteristike ϕ na rubovima (licima) kontrolnog volumena i konvektivni protok kroz te rubove.

FV metoda za konvektivno-difuzivne probleme

Kako bi se dobile diskretizacijske jednadžbe za članove difuzije i izvora na desnoj strani jednadžbe 32 koristimo metodu centralnih diferencija. Ta metoda se pokazala prihvatljivom u prethodnim analizama problema difuzije (difuzija utječe na raspodjelu pronošene veličine uzduž gradijenata u svim smjerovima).

Konvekcija ostvaruje (širi) utjecaj samo u smjeru strujanja. Zato postoji gornja granica (maksimalna udaljenost) između proračunskih čvorova odnosno uvjet pri uspostavi diskretizacije prostorne domene (ovisno o relativnoj snazi konvekcije i difuzije) za proračun konvekcije-difuzije sa centralnim diferencijama.

U daljnjim analizama pretpostavlja se poznavanje brzina strujanja, bez ulaska u detalje o potrebnim proračunima za nihovo iznalaženje.

FV metoda za 1D stacionarne probleme konvekcije-difuzije

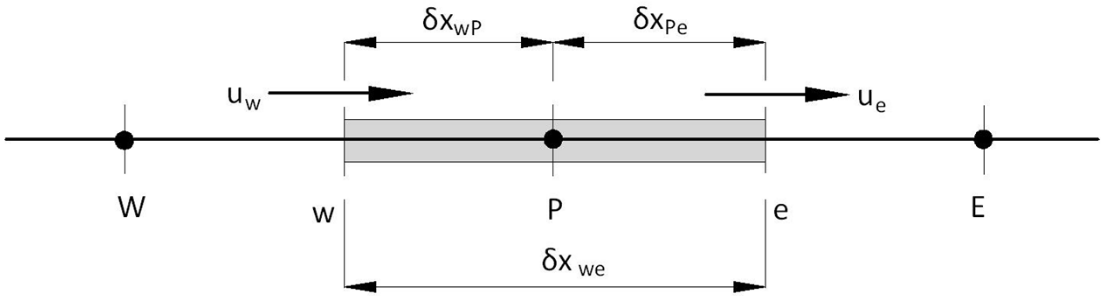
Stacionarna konvekcija i difuzija za karakteristiku ϕ u 1D strujnom polju *u* je definirana izrazom (uz odsustvo izvora):

$$\frac{d}{dx}(\rho u \phi) = \frac{d}{dx}\left(\Gamma \frac{d\phi}{dx}\right) \qquad (34)$$

Zadovoljenje kontinuiteta izražava se sa jednakosti:

$$\frac{d(\rho u)}{dx} = 0 \qquad (35)$$

Postavljajući fokus na opći proračunski čvor *P*; susjedni čvorovi su indeksirani sa *W* i *E* a rubovi kontrolnih volumena sa *w* i *e.*



Integracijom transportne jednadžbe 34 po kontrolnom volumenu dobiva se:

$$(\rho u A \phi)_e - (\rho u A \phi)_w = \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx}\right)_e - \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx}\right)_w \qquad (36)$$

FV metoda za 1D stacionarne probleme konvekcije-difuzije

Integracija jednadžbe kontinuiteta 35 daje :

$$(\rho uA)_e - (\rho uA)_w = 0 \qquad (37)$$

Kako bi se dobile diskretizacijske jednadžbe za konvektivno-difuzivni problem potrebno je aproksimirati članove jednadžbe 36. Definiramo dvije "nove" varijable F i D za prezentaciju konvektivnog protoka mase (fluksa mase; eng: flux) po jediničnoj površini i difuzno vođenje kroz rub (lice) ćelije :

$$F = \rho u \text{ and } D = \frac{\Gamma}{\partial x} \qquad (38)$$

Vrijednosti varijabli F i D na poziciji ruba ćelije može se pisati na način:

$$F_w = (\rho u)_w \qquad F_e = (\rho u)_e \qquad D_w = \frac{\Gamma_w}{\partial x_{WP}} \qquad D_e = \frac{\Gamma_e}{\partial x_{PE}} \qquad (39)$$

Pretpostavimo $A_w = A_e = A$ i podijelimo lijevu i desnu stranu jednadžbe 36 sa površinom A. Primijenimo centralne diferencije za prezentaciju doprinosa člana difuzije na desnoj strani. Integrirana konvektivno – difuzivna jednadžba 36 sada se može napisati na način:

$$F_e\phi_e - F_w\phi_w = D_e(\phi_E - \phi_P) - D_w(\phi_P - \phi_W) \qquad (40)$$

FV metoda za 1D stacionarne probleme konvekcije-difuzije

Polje brzine je pretpostavljeno kao poznato (potrebno za proračun F_e i F_w).
Za rješenje jednadžbe 40 potrebno je proračunati karakteristiku pronosa ϕ na rubu *e* i na rubu *w*.

Aprokimacija sa centralnim diferencijama korištena je za prezentaciju člana difuzije sa desne strane jednadžbe 40a. Koristimo linearnu interpolaciju za proračun vrijednosti na rubu ćelije za konvektivni član na lijevoj strani jednadžbe (za jednoliku proračunsku mrežu):

$$\phi_e = \frac{(\phi_P + \phi_E)}{2} \qquad \phi_w = \frac{(\phi_W + \phi_P)}{2} \qquad (41)$$

Zamjenom izraza 41 u konvektivni član izraza 40 dobiva se:

$$\frac{F_e}{2}(\phi_P + \phi_E) - \frac{F_W}{2}(\phi_W + \phi_P) = D_e(\phi_E - \phi_P) - D_w(\phi_P - \phi_W) \qquad (42)$$

Gornji izraz se može preoblikovati u slijedeću formu:

$$\left[\left(D_w - \frac{F_w}{2}\right) + \left(D_e + \frac{F_e}{2}\right)\right]\phi_P = \left(D_w + \frac{F_w}{2}\right)\phi_W + \left(D_e - \frac{F_e}{2}\right)\phi_E$$

$$\left[\left(D_w + \frac{F_w}{2}\right) + \left(D_e - \frac{F_e}{2}\right) + (F_e - F_w)\right]\phi_P = \left(D_w + \frac{F_w}{2}\right)\phi_W + \left(D_e - \frac{F_e}{2}\right)\phi_E \qquad (43)$$

FV metoda za 1D stacionarne probleme konvekcije-difuzije

Označavajući koeficijente od C i ϕ_E kao a_W i a_E, dobivaju se centralne diferencije za diskretiziranu konvektivno-difuzivnu jednadžbu:

$$a_p\phi_p = a_w\phi_w + a_E\phi_E \qquad (44)$$

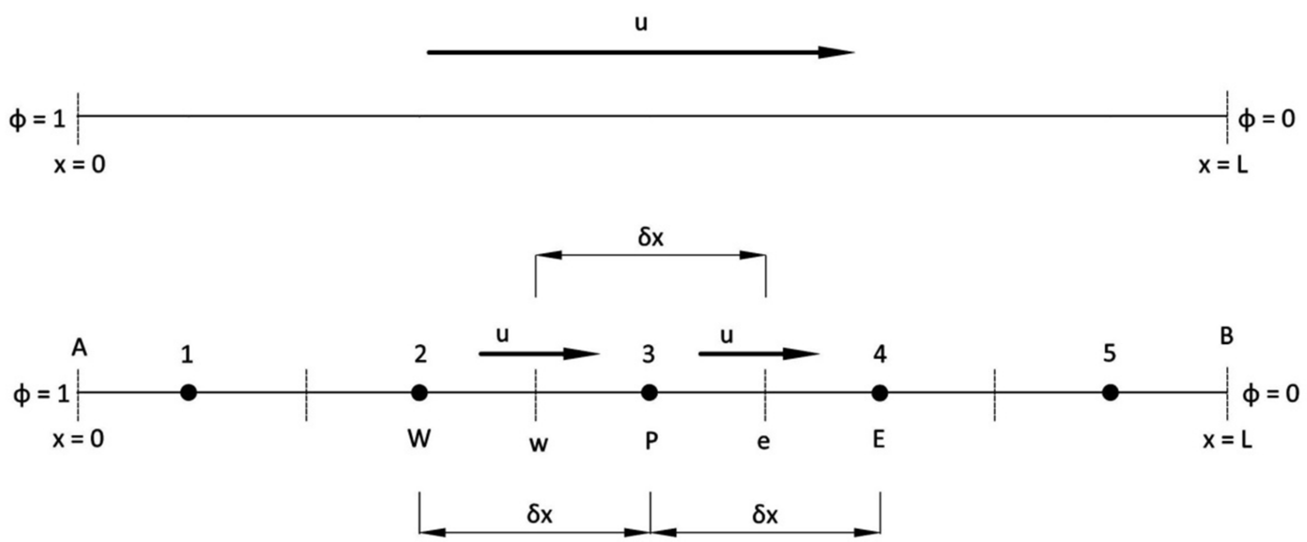
a_W	a_E	a_P
$D_w + \frac{F_w}{2}$	$D_e - \frac{F_e}{2}$	$a_W + a_E + (F_e - F_w)$

Za rješavanje jednodimenzionog konvektivno-difuzivnog problema diskretiziraju se jednadžbe forme 44 za sve čvorove proračunske mreže.

Time se dobiva sustav algebarskih jednadžbi koji je potrebno riješiti u cilju izračuna prostorne raspodjele karakteristike pronosa ϕ.

FV za 1D stacionarne probleme konvekcije-difuzije (PRIMJER)

Karakteristika ϕ je pronošena sa konvekcijom i difuzijom.
Jednadžba procesa je 34 a rubni uvjeti su $\phi_0 = 1$ za $x = 0$ i $\phi_L = 0$ za $x = L$.
Ostali zadani podaci su: $L = 1.0$ m, $\rho = 1.0$ kg/m^3, $\Gamma = 0.1$ kg/ms.
$u = 0.1$ m/s (slučaj 1), $u = 2.5$ m/s (slučaj 2).



Analitičko rješenje problema je:

$$\frac{\phi-\phi_0}{\phi_L-\phi_0}=\frac{\exp\left(\frac{\rho u x}{\Gamma}\right)-1}{\exp\left(\frac{\rho u L}{\Gamma}\right)-1} \qquad (45)$$

Prostorna domena je podjeljena sa pet jednakih kontrolnih volumena sa $\delta x = 0.2$ m ($F = \rho u$; $D = \Gamma/\delta x$; $F_e = F_w = F$; $D_e = D_w = D$).

Diskretizacijska jednadžba 44 i njeni koeficijenti primjenjuju se za čvorove 2, 3 i 4. Kontrolni volumeni 1 i 5 potrebuju poseban tretman zbog veze sa rubovima prostorne domene (rubni uvjeti).

FV za 1D stacionarne probleme konvekcije-difuzije (PRIMJER)

Integrira se jednadžba procesa 34 te se primjenjuju centralne diferencije za član difuzije i konvektivni protok kroz istočni rub ćelije 1. Vrijednost ϕ je dana za zapadni rub te ćelije ($\phi_w = \phi_A = 1$; nije potrebna aproksimacija za član konvektivnog protoka na tom rubu).

Jednadžba za čvor 1 glasi:

$$\frac{F_e}{2}(\phi_P + \phi_E) - F_A \phi_A = D_e(\phi_E - \phi_P) - D_A(\phi_P - \phi_A) \qquad (46)$$

Za kontrolni volumen 5, vrijednost ϕ na istočnom rubu je poznata ($\phi_e = \phi_B = 0$). Stoga:

$$F_B \phi_B - \frac{F_w}{2}(\phi_P + \phi_W) = D_B(\phi_B - \phi_P) - D_w(\phi_P - \phi_W) \qquad (47)$$

Jednadžbe 46 i 47 (primjenom: $D_A = D_B = 2\Gamma/\delta x = 2D$; $F_A = F_B = F$) daju diskretizacijsku jednadžbu za rubne čvorove:

$$a_p \phi_p = a_w \phi_w + a_E \phi_E + S_u$$

Sa centralnim koeficijentima:

$$a_p = a_w + a_E + (F_e - F_w) - S_P$$

Čvor	a_W	a_E	S_P	S_U
1	0	D-F/2	-(2D+F)	(2D+F) ϕ_A
2,3,4	D+F/2	D-F/2	0	
5	D+F/2	0	-(2D+F)	

Uključenje rubnih uvjeta ostvareno je ukidanjem veze sa stranom ruba i postavljanjem rubnog protoka u vidu člana izvora.

FV za 1D stacionarne probleme konvekcije-difuzije (PRIMJER)

Slučaj 1 : u = 0.1 m/s ; $F = \rho u$ = 0.1 ; $D = \Gamma/\delta x$ = 0.1/0.2 = 0.5 (koeficijenti):

Čvor	a_W	a_E	S_U	S_P	$a_P = a_W + a_E - S_P$
1	0	-0.75	$3.5\phi_A$	-3.5	2.75
2	1.75	-0.75	0	0	1.0
3	1.75	-0.75	0	0	1.0
4	1.75	-0.75	0	0	1.0
5	1.75	0	$-1.5\phi_B$	1.5	0.25

Slučaj 2 : u = 2.5 m/s ; $F = \rho u$ = 2.5 ; $D = \Gamma/\delta x$ = 0.1/0.2 = 0.5 (koeficijenti):

Čvor	a_W	a_E	S_U	S_P	$a_P = a_W + a_E - S_P$
1	0	0.45	$1.1\phi_A$	-1.1	1.55
2	0.55	0.45	0	0	1.0
3	0.55	0.45	0	0	1.0
4	0.55	0.45	0	0	1.0
5	0.55	0	$0.9\phi_B$	-0.9	1.45

Zamjenom podataka u jednadžbu 45 dobiva se točno (analitičko) rješenje za Slučaj 1 (lijevo) i Slučaj 2 (desno) :

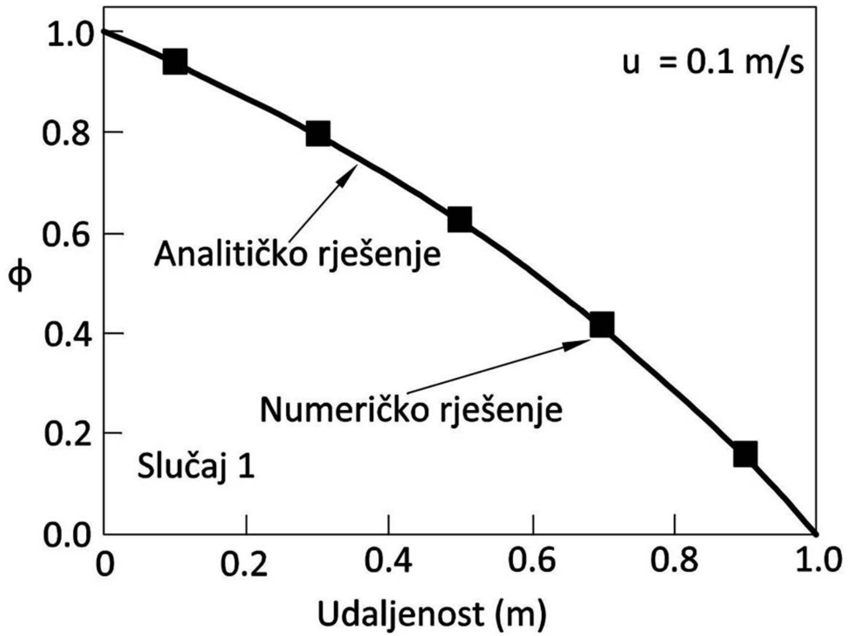
$$\phi(x) = \frac{2.7183 - \exp(x)}{1.7183} \qquad \phi(x) = 1 + \frac{1 - \exp(25x)}{7.2\times 10^{10}}$$

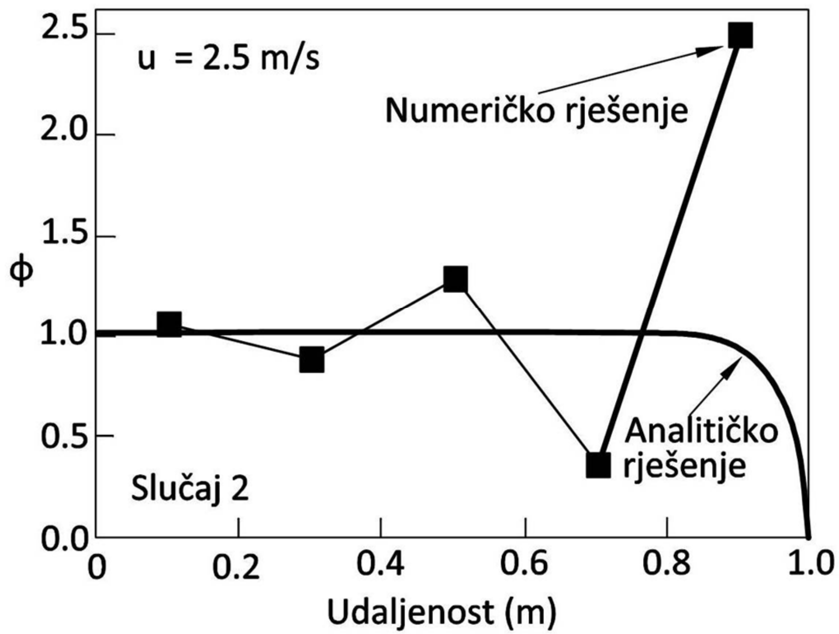
FV za 1D stacionarne probleme konvekcije-difuzije (PRIMJER)

Matrična forma 48 sustava jednadžbi uz zadano $\phi_A = 1$ i $\phi_B = 0$ za Slučaj 1 daje vektorsko rješenje 49:

$$\begin{bmatrix} 1.55 & -0.45 & 0 & 0 & 0 \\ -0.55 & 1.0 & -0.45 & 0 & 0 \\ 0 & -0.55 & 200 & -0.45 & 0 \\ 0 & 0 & -0.55 & 200 & -0.45 \\ 0 & 0 & 0 & -0.55 & 1.45 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \\ \phi_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (48) \qquad \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \\ \phi_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9421 \\ 0.8006 \\ 0.6276 \\ 0.4163 \\ 0.1579 \end{bmatrix} \quad (49)$$

Usporedba numeričkih i analitičkih rješenja dana je na slici:





FV za 1D stacionarne probleme konvekcije-difuzije (PRIMJER)

Shema centralnih diferencija rezultira rješenjem koje oscilira oko točnog rješenja za Slučaj 2. Ponavljamo provedenu proceduru uz povećani broj proračunskih čvorova na međusobnoj udaljenosti δx = 0.05 (20 čvorova).

Čvor	a_W	a_E	S_u	S_P	$a_P = a_W + a_E - S_P$
1	0	0.75	$6.5\phi_A$	-6.5	7.25
2-19	3.25	0.75	0	0	4.00
20		0	$1.5\phi_B$	-1.5	4.75

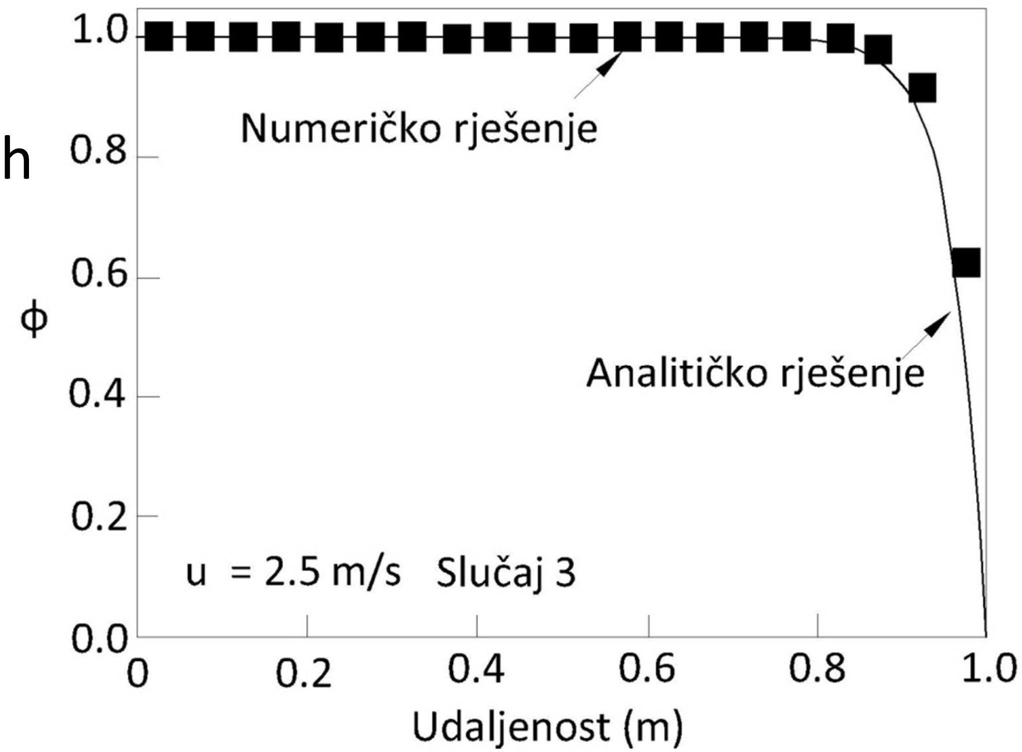
Slučaj 3:

δx = 0.05 ;

u = 2.5 m/s ;

$F = \rho u$ = 2.5 ;

$D = \Gamma/\delta x$ = 2.



Usporedba analitičkih i numeričkih rezultata ukazuje na poboljšanje rezultata proračuna. Progušćenje proračunske mreže također smanjuje omjer F/D sa 5 na 1.25. Zaključno, shema centralnih diferencija daje točnije rezultate kada je omjer F/D manji.

Karakteristike diskretizacijskih shema

Numerički rezultati dobivaju na točnosti (bliže “točnim” analitičkim razultatima) kada broj proračunskih čvorova teži beskonačnosti, neovisno o primijenjenoj metodi diferenciranja.

Numerički rezultati pokazuju se kao fizikalno realni ukoliko diskretizacijska shema ima određena fundamentalna svojstva: a) konzervativnost, b) ograničenost, c) transportivnost.

a) konzervativnost

Za osiguranje konzervativnosti karakteristike ϕ na cjelokupnoj domeni rješenja protok od ϕ koji izlazi iz kontrolnog volumena kroz određeni rub (lice) mora biti jednak protoku ϕ koji ulazi u susjedni kontrolni volumen kroz isti (zajedničku) rub.

b) Ograničenost (eng:boundedness)

Dovoljan uvjet za konvergentnu iterativnu metodu može se izraziti u vidu odnosa vrijednosti koeficijenata diskretizacijskih jednadžbi:

$$\frac{\sum |a_{nb}|}{|a'_P|} \begin{cases} \leq 1 \text{ at all nodes} \\ < 1 \text{ at all nodes} \end{cases}$$

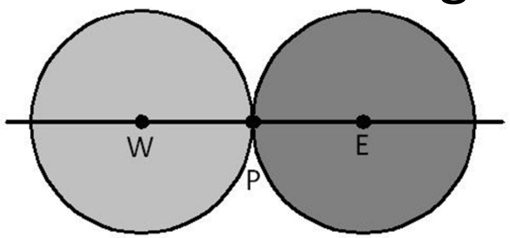
Karakteristike diskretizacijskih shema

Ukoliko diferencijska shema producira koeficijente koji zadovoljavaju navedeni kriterij, rezultirajuća matrica koeficijenata je dijagonalno dominantna. Dijagonalna dominacija je poželjna karakteristika za zadovoljenje kriterija ograničenosti. Smisao svojstva se može svesti na slijedeće: ukoliko izvori nisu prisutni, vrijednosti karakteristike ϕ u unutarnjim čvorovima trebaju biti ograničene sa vrijednostima definiranim na rubovima (primjerice: temperature na rubovima 500°C i 200°C, sve vrijednosti *T* proračunate u unutrašnjim čvorovima trebaju biti manje od 500°C i veće od 200°C).

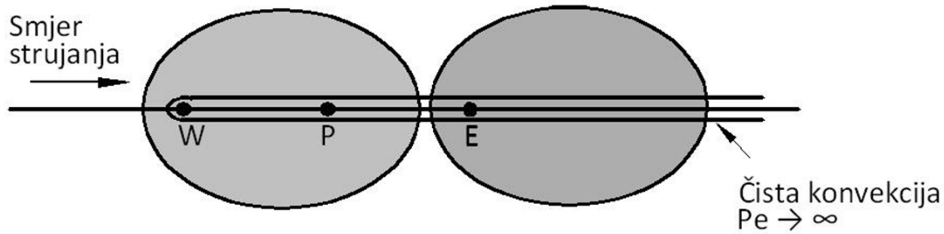
c) Transportivnost

Promatramo utjecaj dva konstantna izvora od ϕ u točkama *W* i *E* na vrijednost u čvoru *P* (vidi sliku). Uvodimo bezdimenzionalni Peclet-ov broj za ćeliju kao mjeru relativne snage konvekcije i difuzije:

$$P_e = \frac{F}{D} = \frac{\rho u}{\left(\dfrac{\Gamma}{\partial x}\right)}$$



(a)



(b)

Karakteristike diskretizacijskih shema

Linije na slici ukazuju na generalni oblik kontura konstantne vrijednosti ϕ kroz izvore, za različite vrijednosti *Pe.* Vrijednosti od ϕ na bilo kojoj točki mogu se zamisliti kao suma doprinosa dvaju izvora.

Razmatramo dva ekstremna slučaja u analizi utjecaja izvora *W* i *E* na točku *P*:

- nema konvekcije, čista difuzija (*Pe* → 0 ; tekućina u mirovanju)
- nema difuzije, čista konevkcija (*Pe*→∞)

U slučaju čiste difuzije (*Pe* → 0) konture konstantne vrijednosti ϕ biti će koncentrični krugovi centrirani oko *W* i *E.* Uvjeti u točki *P* su pod utjecajem oba izvora u točkama *W* i *E*.

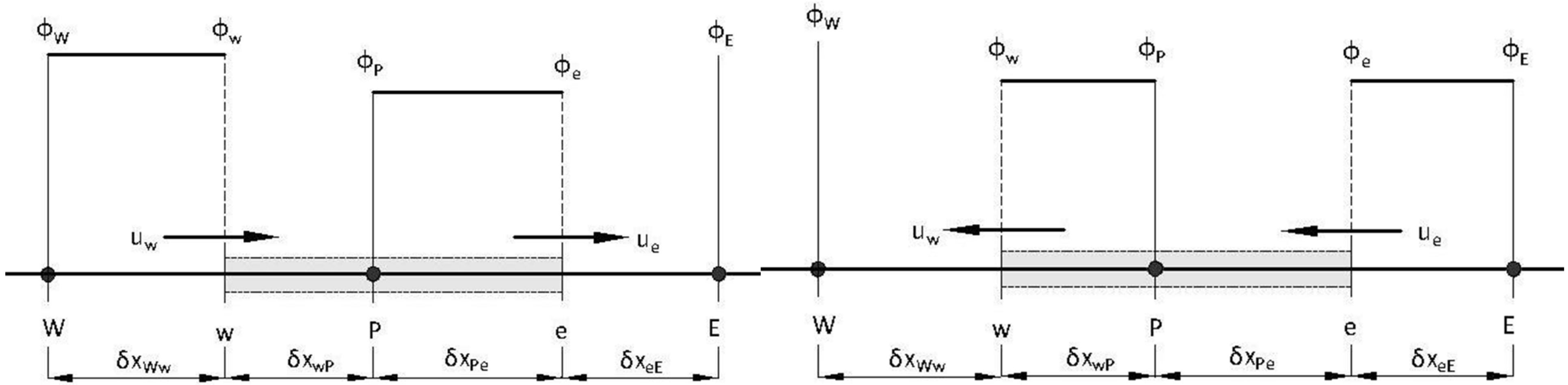
Kako *Pe* raste konture mijenjaju oblik iz cirkularnog u eliptični te su pomaknute u smjeru strujanja (strujanje u *x*+ smjeru $\longrightarrow$ uvjeti u *P* su dominantno pod utjecajem uzvodnog izvora u *W).*

U slučaju čiste konvekcije (*Pe*→∞) eliptične konture su rastegnute u smjeru strujanja. Kada nema difuzije ϕ_P je jednak ϕ_W.

FV metode za 1D stacionarnu konvekciju-difuziju

Osnovni nedostatak sheme centralnih diferencija je nemogućnost prepoznavanja smjera strujanja. Vrijednosti karakteristike ϕ na zapadnom rubu je uvijek ovisna o vrijednostima ϕ_P i ϕ_W u shemi centralnih diferencija. U izraženom konvektivnom strujanju od zapada prema istoku primjena centralnih diferencija je neprimjerena zbog potrebe da zapadni rub bude znatno jače pod utjecajem čvora *W* nego od *P*.

Shema diferenciranja Upwind uzima u obzir smjer strujanja pri određivanju vrijednosti na rubu ćelije: konvektivna vrijednost od ϕ na rubu ćelije (lice ćelije) je uzet jednak vrijednosti "uzvodnog" čvora. (slika lijevo – smjer strujanja w$\rightarrow$e ; slika desno – smjer strujanja e$\rightarrow$w).



FV metode za 1D stacionarnu konvekciju-difuziju

Kada je strujanje u pozitivnom smjeru ($u_w>0$, $u_e>0$; $F_w > 0$, $F_e > 0$), upwind sheme daje:

$$\phi_w = \phi_W \text{ and } \phi_e = \phi_P \tag{50a}$$

a diskretizirana jednadžba 40a postaje:

$$F_e\phi_P - F_w\phi_W = D_e(\phi_E - \phi_P) - D_w(\phi_P - \phi_W) \tag{51a}$$

koja se može preurediti na slijedeći način:

$$(D_w + D_e + F_e)\phi_P = (D_w + F_w)\phi_W + D_e\phi_E \tag{52a}$$

da se dobije:

$$\left[(D_w + F_w) + D_e + (F_e - F_w)\right]\phi_P = (D_w + F_w)\phi_W + D_e\phi_E \tag{53a}$$

Kada je strujanje u negativnom smjeru($u_w < 0$, $u_e < 0$; $F_w < 0$, $F_e < 0$), upwind sheme daje:

$$\phi_w = \phi_P \text{ i } \phi_e = \phi_E \tag{50b}$$

$$F_e\phi_E - F_w\phi_P = D_e(\phi_E - \phi_P) - D_w(\phi_P - \phi_W) \tag{51b}$$

$$\left[D_w + (D_e - F_e) + (F_e - F_w)\right]\phi_P = D_w\phi_W + (D_e - F_e)\phi_E \tag{53b}$$

FV metode za 1D stacionarnu konvekciju-difuziju

Postavljajući koeficijente za ϕ_W i ϕ_E kao a_W i a_E, jednadžbe 53a i 53b mogu se pisati u običajenom općem obliku :

$$a_p\phi_p = a_w\phi_w + a_E\phi_E \tag{54}$$

s centralnim koeficijentima:

$$a_p = a_w + a_E + (F_e - F_w) \tag{55}$$

i koeficijentima susjeda:

	a_W	a_E
$F_w > 0,\ F_e > 0$	$D_w + F_w$	D_e
$F_w < 0,\ F_e < 0$	D_w	$D_e - F_e$

Forma notiranja koeficijenata susjeda u metodi upwind diferenciranja pri obuhvatu oba smjera strujanja dana je sa:

a_W	a_E
$D_w + \max(F_w, 0)$	$D_e + \max(0, -F_e)$

FV metode za 1D stacionarnu konvekciju-difuziju (Primjer)

Slučaj 4: u = 0.1 m/s; $F = \rho u$ = 0.1; $D = \Gamma/\delta x$ = 0.1/0.2 = 0.5; $Pe = F/D$ = 0.2
Slučaj 5: u = 2.5 m/s ; $F = \rho u$ = 2.5 ; $D = \Gamma/\delta x$ = 0.1/0.2 = 0.5 ; $Pe = F/D$ = 5

Diskretizacijske jednadžbe za unutarnje čvorove 2, 3 i 4 uz relevantne susjedne koeficijente za upwind shemu diferenciranja dane su izrazom 54 ($F = F_e = F_w = \rho u$; $D = D_e = D_w = \Gamma/\delta x$ svugdje).

Na rubnim čvorovima 1 i 5, primjena upwind sheme diferenciranja za konvektivni član daje:

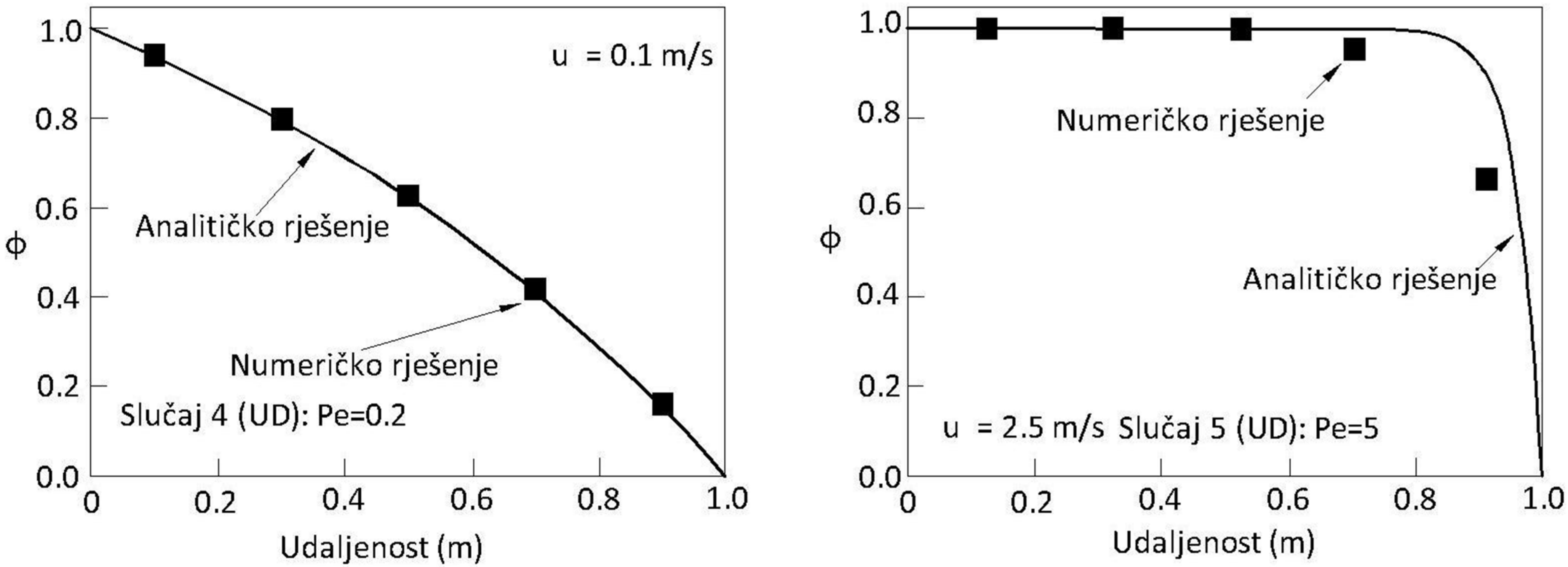
$$F_e\phi_P - F_A\phi_A = D_e(\phi_E - \phi_P) - D_A(\phi_P - \phi_A) \qquad F_B\phi_P - F_w\phi_W = D_B(\phi_B - \phi_P) - D_w(\phi_P - \phi_W)$$

Na rubnim čvorovima vrijedi: $D_A = D_B = \Gamma/\delta x = 2D$; $F_A = F_B = F$. Rubni uvjeti uvučeni su u diskertizacijske jednadžbe kao doprinos članova izvora:

$$a_p\phi_p = a_w\phi_w + a_E\phi_E + S_u \qquad a_p = a_w + a_E + (F_e - F_w) - S_p$$

Čvor	a_W	a_E	S_P	S_u
1	0	D	$-(2D + F)$	$(2D + F)\phi_A$
2,3,4	$D + F$	D	0	0
5	$D + F$	0	$-2D$	$2D\phi_B$

FV metode za 1D stacionarnu konvekciju-difuziju (Primjer)



Rezultati pokazuju da upwind shema diferenciranja (UD) daje dobre rezultate pri Peclet-ovom broju za ćeliju od 0.2.

Pri Peclet-ovom broju 5 shema centralnih diferencija (CD) nije u mogućnosti polučiti razuman rezultat uz primjenu iste prostorne rezolucije za proračunsku mrežu. Shema upwind (UD) daje puno realističnije rezultate, uz napomenu da se značajnije odstupanje od analitičkog rješenja pojavljuje u blizini ruba *B.*

FV metode – prosudba diferencijskih shema

Sheme centralnih diferencija (CD)

Konzervativnost:
Shema koristi konzistentne izraze za evaluaciju konvekcije i difuzivnih protoka kroz rubove kontrolnog volumena- formulacija je konzervativna.

Ograničenost:
Kada je *Pe* veći od 2 koeficijenti će biti negativni. To narušava jedan od zahtjeva za ograničenost te se mogu pojaviti fizikalno nemoguća rješenja.

Transportivnost:
Shema ne prepoznaje smjer strujanja ili snagu konvekcije u odnosu na difuziju. Ne posjeduje svojstvo transportivnosti pri visokim *Pe.*

Točnost:
Točnost CD sheme, temeljem greške u Taylor-ovoj seriji, je drugog reda.

FV metode – prosudba diferencijskih shema

Upwind shema diferenciranja (UD)

Conservativeness:
Upwind diferencijska shema oslanja se na konzistentne izraze za proračun protoka kroz rubove ćelije - formulacija je konzervativna.

Ograničenost:
Koeficijenti diskretizacijskih jednadžbi su uvijek pozitivni te time zadovoljavaju uvjete za ograničenost. Svi koeficijenti su pozitivni a matrica koeficijenata je dijagonalno dominantna.

Transportivnost:
Shema uzima u obzir smjer strujanja. Prema tome, transportivnost je ugrađena u samu formulaciju.

Točnost:
Shema je bazirana na formulama za “backward” diferenciranje.
Stoga je točnost UD sheme, temeljem greške u Taylor-ovoj seriji, samo prvog reda.