

Zadatci za vježbu

- Teška žica duljine 3 napeta je horizontalno utegom mase 50 na lijevom kraju. Sastavljena je od dva homogena materijala, dio $[0, 1]$ ima linijsku gustoću 500, a dio $(1, 3]$ linijsku gustoću 1000. Drugi kraj je pričvršćen. Pronađite ravnotežni položaj žice.
 - Teška homogena žica duljine 4 napeta je horizontalno utegom mase 60 na lijevom kraju i ima linijsku gustoću 1000. Na dio $[0, 1]$ djeluje elastična sila 10, a na dio $(1, 4]$ djeluje elastična sila 20. Drugi kraj je pričvršćen. Pronađite ravnotežni položaj žice.
 - Teška žica duljine 2 napeta je horizontalno utegom mase 100 na lijevom kraju i ima linijsku gustoću 700. Drugi kraj je slobodan. Pronađite ravnotežni položaj žice ako je:
 - koeficijent elastičnosti sredstva je 20;
 - koeficijent elastičnosti sredstva je 0.
- Homogena žica duljine 4 na rubovima je pričvršćena, napeta je s napetosti 100 i ima linijsku gustoću 100. Početna brzina je nula, a početni pomak je dobiven tako da je točka $x = 1$ žice izvučena iz ravnoteže na visinu 1. Izračunajte oscilacije žice. Nema vanjske sile.
- Homogena žica duljine 3 na rubovima je pričvršćena, napeta je s napetosti 100, ima linijsku gustoću 1 i titra pod utjecajem vanjske sile koja po jedinici duljine iznosi 10. Pronađite zakon titranja ako su početna brzina i početni položaj jednaki nula.
- Homogena žica duljine 2 na rubovima je pričvršćena i to tako da je $u(0, t) = 2$ i $u(2, t) = 4$. Napeta je s napetosti 36, ima linijsku gustoću 1, početna brzina je nula i početni položaj je $u(x, 0) = \sin \frac{\pi x}{2} + x + 2$. Pronađite zakon titranja ako nema vanjske sile.
- Rješite problem stacionarnog provođenja topline kroz štapa duljine 3 s koeficijentom provođenja 30. Temperatura lijevog kraja štapa 10, a desnog 20.

- i) Plašt štapa je izoliran.
 - ii) Vanjski prijenos topline je 15.
6. Izračunajte temperaturu izoliranog štapa duljine 5, toplinskog kapaciteta 1 i koeficijenta provođenja 100 ako je inicijalna distribucija topline dana s $g(x) = \sin \frac{\pi x}{5}$.
- i) Krajevi štapa su na temperaturi 0.
 - ii) Krajevi štapa su izolirani.
7. Izračunajte temperaturu izoliranog štapa duljine 2, toplinskog kapaciteta 1 i koeficijenta provođenja 64 ako je inicijalna distribucija topline dana s $g(x) = \sin \pi x + x + 3$. Rubni uvjeti su: $u(0, t) = 3$ i $u(2, t) = 5$.
8. Odredite ravnotežni oblik homogene pravokutne membrane $[0, 2] \times [0, 3]$ napete s napetošću 100 i površinske gustoće 1 ako je $u(x, 0) = \sin 2\pi x$ i $u(0, y) = u(2, y) = u(x, 3) = 0$.
9. Odredite ravnotežni oblik homogene kružne membrane radijusa 3 napete s napetošću 100 i površinske gustoće 1 ako je rub oblika $2 \sin \varphi$.
10. Odredite ravnotežni oblik homogene kružne membrane radijusa 4 napete s napetošću 50 i površinske gustoće 1 ako na membranu djeluje vanjska sila gustoće $f(r) = 100r + 50$ uz rubni uvjet $u|_{r=4} = 0$.
11. Izračunajte progib pravokutne membrane $[0, 3] \times [0, 4]$ ako je napetost 20, gustoća 4, početni položaj nula i početna brzina $h(x, y) = xy$.