4. MORFODINAMIČKE ANALIZE KORITA VODOTOKA

Stabilnost korita vodotoka ovisi o režimu pronosa nanosa. Ukoliko je narušena prirodna ravnoteža u pronosu nanosa, dolazi do:

- produbljivanja korita i urušavanja obala ili
- zaprečavnja protočnog profila, stvaranja uspora, a nizvodno od uspora područja ubrzanog tečenja zbog čega pak dolazi do lokalnog produbljivanja korita.

Niz je primjera u praksi o problemima koje je izazvao proces produbljivanja korita. Ovdje ćemo spomenuti samo jedan, a to je naginjanje stupa mosta Sava Jakuševac. Spomenuti željeznički most nalazi se u Zagrebu na području Jakuševca. U noći 31.03.2009. za trajanja vodnog vala, došlo je naginjanja južnog od dva stupa koja se nalaze u koritu Save. Na sreću, iako je teretni vlak koji je prošao preko mosta izazvao znatna oštećenja rasponske konstrukcije, nije došlo do težih posljedica (ljudskih stradanja ili rušenja cijelog mosta u rijeku zajedno sa kompozicijom).

Do naginjanja stupa mosta Sava Jakuševac došlo je zbog superpozicije dva djelovanja:

- narušavanja globalne stabilnosti korita zbog čega se cijelo korito vodotoka znatno spustilo u odnosu na vrijeme kada je most projektiran i izveden
- pojave lokalnog podlokavanja u zoni stupa mosta

- dno korita spustilo se od 1966. do 2009. za red veličine 5-6 m,
- lokalno produbljenje u zoni stupa je 4-5 m,
- ukupno produbljenje u zoni stupa u odnosu na projektirano dno je cca 10 m!

- Degradacija dna korita rijeka u području gornjega toka prirodna je pojava (Rijeka Sava na području Jakuševca se nalazi u zoni kraja gornjega toka.).
- Na gradijent tih promjena uvelike utječe ljudski faktor.

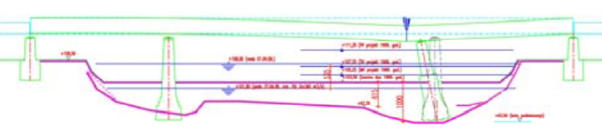
Na ubrzanje procesa utjecali su sljedeći parametri:

- usporena prihrana nanosom zbog izgradnje brana i pragova na uzvodnom području
- povećanje vučne sile S zbog:
  - povećanja uzdužnog pada što je posljedica skraćivanja trase vodotoka regulacijskim radovima
  - povećanja dubine vode prilikom prolaska poplavnih valova zbog koncentracije toka u koritu za veliku vodu (ukidanje prirodnih inundacija)
- eksploatacije šljunka iz rijeke

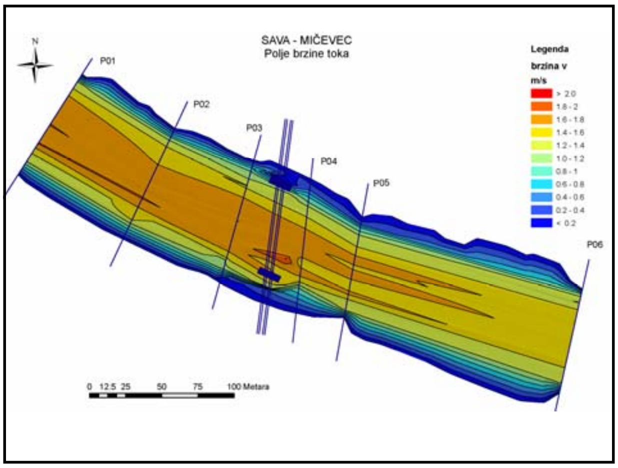
$$S_{max} = k_m \rho g h I$$

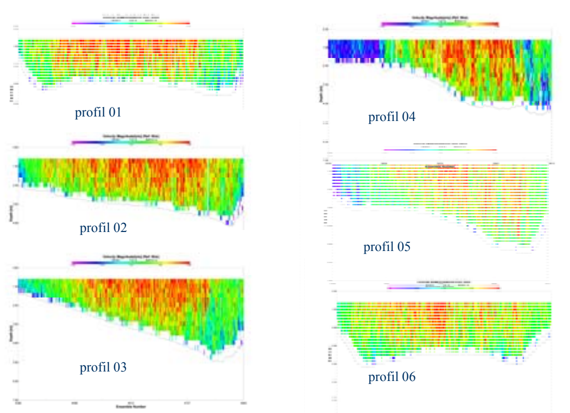
Područja interesa za pojedine struke su različita

- Javnost (novinari)
- Inženjeri
- Inženjeri specijalisti hidrotehnike

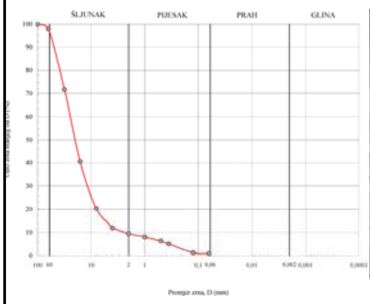


Shematizirani uzdužni presjek mosta Sava Jakuševac





Polje brzina u zoni mosta



Granulometrijski sastav vučenog riječnog nanosa na poziciji uzvodno od stupa mosta

Za navedeni primjer možemo reći da se radi o prirodnom procesu samoizgradnje korita vodotoka koje se našlo u novim hidrološko-hidrauličkim uvjetima. Jest da su ti novi uvjeti uzrokovani ljudskom aktivnošću, ali ipak se radi o prirodnom procesu.

Za razumijevanje tog ipak složenog procesa „samoizgradnje" riječnog korita potrebno je poznavati osnovne čimbenike. Hidrotehničarima je najznačajnijih onaj koji se odnosi na proces pokretanja riječnoga nanosa.

Pristupi osnovnih analiza za problem pokretanja vučenog nanosa

- dimenzionalna analiza
- deterministički pristup određivanja graničnog stanja
- stohastički pristup

4.1 Dimenzionalna analiza u pokretanju riječnoga nanosa

22

4.1.1 Općenito o dimenionalnoj analizi

- U tehničkom sustavu mjera mehanike, sve fizikalne veličine, kao na primjer gustoća mase, protok, energija, modul elastičnosti i t.d., mogu se izraziti pomoću tri osnovne veličine:
  - masa, vrijeme i dužina.
- Ove tri mjerne ili osnovne jedinice međusobno su potpune neovisne i prikazuju se pomoću velikih slova M, T i L.

23

Izvedene fizikalne veličine

$[Y]=[L^a T^b M^c]$. 4.1

Na primjer

brzina=$[LT^{-1}]$ (a=1, b=-1, c=0), 4.2

ili

sila=$[LT^{-2}M]$ (a=1, b=-2, c=1). 4.3

Izvedene jedinice pojavljuju se samo u fizikalnim zakonima.

U izvedenim mjernim jedinicama nalazi se i fizikalni zakon.

Iz izvedenih mjernih jedinica se može iznaći fizikalni zakon!

- Primjenom dimenzionalnih analiza nužno je da izvedena jednadžba mora biti homogena, odnosno svaki član jednadžbe mora imati jednaku jedinicu mjere.
- To je nužan ali ne i dovoljan uvjet da jedna empirijska jednadžba bude ispravna.
- Njenu je ispravnost potrebno dokazati uz pomoć pokusa ili temeljem fizikalnih osnova.

Buckingham je dokazao da ukoliko jedna fizikalna veličina q_1 ovisi o *n-1* drugih fizikalnih veličina q_2, q_3, … , q_n, tada vrijedi, u najopćenitijem obliku:

$$f(q_1, q_2,\ q_3, \dots, q_n,) = 0$$

Ako međutim, ovih *n* fizikalnih veličina ima *k* osnovnih jedinica, tada se može dokazati da se gornja jednadžba može svesti na oblik:

$$f(\pi_1, \pi_2,\ \pi_3, \dots, \pi_{n-k},) = 0$$

Pri čemu svaka pojedina veličina π predstavlja jednu neovisnu, bezdimenzionalnu monomnu funkciju veličine *q* i ne sastoji se više od *k+1* članova. Veličine π se mogu proizvoljno međusobno povezivati, mogu se potencirati i množiti s numeričkim konstantama.

Tražimo silu otpora oblika *F* kružne ploče promjera *D* u struji fluida gustoće ρ koji se kreće ustaljeno brzinom *U*. Ta sila bit će u funkciji navedenih parametara (fizikalnih veličina) pa možemo pisati:

$$f(F, D,\ \rho, U) = 0$$

Gornja opća jednadžba ima 4 člana. Ukoliko uvedemo 3 osnovne fizikalne veličine, prema Buckighamovom teoremu jednadžba će se svesti na 4-3=1 član.

Kao osnovne fizikalne veličine uvest ćemo

$$D,\ \rho,\ U$$

Da bi se zadovoljila homogenost potrebno je voditi pažnju na dimenzije. Tako će biti:

$$[F] = [D^a\ U^b\ \rho^c] \qquad 4.7$$

Odnosno

$$[M\ L\ T^{-2}] = [L]^a\ [L\ T^{-1}]^b\ [M\ L^{-3}]^c \qquad 4.8$$

Otuda:

$[L]$ $1 = a + b - 3c$

$[T]$ $-2 = -b$

$[M]$ $1 = -c$

Što znači da je a=2, b=2 i c=1. Otuda osnovna bezdimenzionalna jednadžba prelazi u oblik:

$$f_1\left(\frac{F}{D^2\ U^2\ \rho}\right) = 0 \qquad 4.9$$

Prema tome $N_F = \dfrac{F}{D^2\ U^2\ \rho}$ je bezdimenzionalna veličina koja zamjenjuje 4 fizikalne veličine čija se međuzavisnost istražuje.

Sada je jedino potrebno eksperimentalno odrediti vrijednost tzv mjernog broja N_F za fizikalnu veličinu *F*. Z konkretan primjer radi se o konstanti. To znači da se samo sa jednim mjerenjem može odrediti veličina mjernog broja N_F i da će se ta vrijednost moći poopćiti za sve promjere kružne ploče, sve brzine strujanja i sve gustoće mase fluida (jasno je da ograničenja postoje, odnosno navedeno vrijedi ako je samo gustoća parametar fluida koji utječe na otpor, zatim da je ploča oštrobridna, da debljina ploče ne utječe na veličinu otpora,…).

Može se lako izvesti da je $N_F = \dfrac{C_D \pi}{8}$, gdje je C_D - koeficijent otpora oblika za kružnu ploču.

To proizlazi iz poznatog izraza za silu otpora oblika $F = \dfrac{1}{2} C_D A \rho U^2$. Kako je površina kružne ploče $A = \dfrac{D^2 \pi}{4}$, $F = \dfrac{C_D \pi}{8} D^2 \rho U^2$.

Ukoliko se isti zadatak proširi na problem izučavanja otpora oblika tako da se uzima u obzir promjena viskoznosti μ, u jednadžbu se uvodi još jedna veličina i glasi:

$$f(F, D, \rho, U, \mu) = 0 \qquad 4.10$$

Opet ćemo kao osnovne fizikalne veličine uvesti D, ρ, U. Sada ćemo imati 5-3=2 bezdimenzionalne veličine za analizu te jednadžba prelazi u oblik:

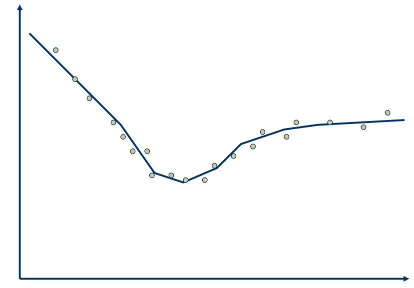
$$f_1\left(\frac{F}{D^2 U^2 \rho}, \frac{\mu}{D U \rho}\right) = 0 \qquad 4.11$$

Znači da ćemo sada nizom mjerenja morati odrediti dva mjerna broja, odnosno njihovu zavisnost. To su već spomenuti mjerni broja N_F za fizikalnu veličinu F te mjerni broj N_μ za fizikalnu veličinu μ. Sada se treba istražiti funkcijska zavisnost dviju veličina:

$$f_1(N_F, N_\mu) = 0, \qquad 4.12$$

što se postiže nizom mjerenja. Dobivena funkcijska veza između dva parametra (N_F i N_μ) vrijedit će poopćeno za sve promjere kružne ploče, sve brzine strujanja i sve gustoće mase fluida (uz jednaka ograničenja opisana u prvom primjeru).

$$N_F = \frac{F}{D^2 U^2 \rho}$$



$$N_\mu = \frac{\mu}{D U \rho}$$

4.1.2 Dimenzionalna analiza fizikalnih veličina mjerodavnih za pokretanje nanosa

- Analize kretanja nanosa uglavnom se temelje na dimenzionalnoj analizi procesa.
- Prvenstveno je potrebno definirati osnovne pretpostavke za koje vrijedi analiza, a zatim osnovne fizikalne veličine koje dominiraju procesom.
  Pretpostavke:
  - Tečenje je ustaljeno, jednoliko i jednodimenzionalno.
  - Dno je ravno i bez izražene forme, nanos je od nevezanog materijala, uniformne krupnoće, a zrna su sfernog oblika.

33

Fizikalne veličine koje utječu na pokretanje nanosa dijele se u tri grupe. Prva grupa odnosi se na vodu (općenito fluid), druga na nanos (sediment) a treća na one koje zajednički djeluju i na vodu i na nanos.

Tako će na nanos djelovati sljedeće fizikalne veličine:
ρ_s, d, q_v odnosno $\rho_s - \rho, d, q_v$,

Gdje su:
ρ_s – gustoća mase nanosa [kg/m^3]
ρ – gustoća mase vode [kg/m^3]
d – karakteristični promjer zrna nanosa [m]
q_v – jedinični volumni pronos nanosa [m^2/s]

Na vodu će djelovati sljedeće fizikalne veličine:

ρ, μ, q odnosno $\rho, \nu, \bar{v}, h$,

Gdje su:
μ – dinamički koeficijent viskoznosti [Ns/m^2]
ν – kinematski koeficijent viskoznosti [m^2/s]
q – jedinični protok [m^2/s]
$\bar{v}$ – brzina toka vode [m/s]
h – dubina vode [m]

Djelovanje na vodu i nanos bit će uslijed:

g,

Gdje je:
g – ubrzanje sile teže [m/s^2]

Ako preuzmemo pretpostavku da su gore navedene fizikalne veličine one koje utječu na proces pokretanja nanosa, možemo ispisati opću jednadžbu za dimenzionalnu analizu:

$$f_1(\rho, \nu, \bar{v}, h, \rho_s - \rho, d, q_v, g) = 0, \qquad 4.13$$

Prema Buckinghamovom „π“ teoremu, izborom n osnovnih fizikalnih veličina, gornja jednadžba od 8 osnovnih jedinica se može svesti na 8-n bezdimenzionalnih veličina. Konkretno, izborom $\rho, \bar{v}, h$ kao osnovnih jedinica jednadžba se može svesti na oblik:

$$f_2\left(\frac{\nu}{\bar{v}h}, \frac{\rho_s - \rho}{\rho}, \frac{d}{h}, \frac{gh}{\bar{v}^2}, \frac{q_v}{\bar{v}h}\right) = 0 \qquad 4.14$$

U gornjoj funkcijskoj vezi prvi član predstavlja Reynoldsov broj, drugi predstavlja relativnu gustoću mase nanosa, treći relativni promjer zrna nanosa, četvrti Froudov broj, a posljednji zapreminsku koncentraciju nanosa C, gdje je:

$$C = \frac{q_v}{q} = \frac{q_v}{\bar{v}h} \qquad 4.15$$

Međusobnim množenjem srednja tri člana dobiva se:

$$\frac{\rho_s - \rho}{\rho} \frac{d}{h} \frac{gh}{\bar{v}^2} = \frac{g\Delta d}{\bar{v}^2}, \qquad 4.16$$

gdje je:

$$\Delta = \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \qquad 4.17$$

Zamjenom jednog člana čijom je kombinacijom dobiven novi član dobiva se sljedeći oblik jednadžbe za dimenzionalnu analizu:

$$f_3\left(\frac{v}{\bar{v}h},\frac{g\Delta d}{\bar{v}^2},\frac{d}{h},\frac{gh}{\bar{v}^2},\frac{q_v}{\bar{v}h}\right)=0 \qquad 4.18$$

Pošto je tečenje u prirodnim vodotocima u području turbulentnog režima i hidraulički hrapavog režima utjecaj viskoznosti na proces kretanja nanosa može se zanemariti. Isto tako sila trenja kod jednolikog tečenja jednaka je komponenti težine u smjeru toka pa se jedan od tih utjecaja može izostaviti. U daljnjem razmatranju se stoga zanemaruje utjecaj Froudovog broja toka. Konačno jednadžba dobiva sljedeći oblik:

$$f_4\left(\frac{g\Delta d}{\bar{v}^2},\frac{d}{h},\frac{q_v}{\bar{v}h}\right)=0 \qquad 4.19$$

Bezdimenzionalni članovi gornje jednadžbe predstavljaju osnovu za eksperimentalno određivanje uvjeta pokretanja i pronosa vučenog nanosa.

Osim navedenog oblika, u istraživanjima se koriste i drugačiji. Tako se gotovo redovito, umjesto srednje brzine toka vode $\bar{v}$, uvodi pripadajuća brzina posmika $u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$, gdje je τ_0 [Pa] srednje posmično naprezanje na dnu. Iako se radi o različitim fizikalnim veličinama (brzina i brzina posmika) njihova zamjena u dimenzionalnoj analizi je dopuštena iz razloga što imaju istu dimenziju.

Uvođenjem takovog pristupa, dobiva se drugačiji oblik jednadžbe dimenzionalne analize:

$$f_5\left(\frac{v}{h\sqrt{\tau_0/\rho}},\frac{g(\rho_s-\rho)d}{\tau_0},\frac{d}{h},\frac{\rho g h}{\tau_0},\frac{q_v}{h\sqrt{\tau_0/\rho}}\right)=0 \qquad 4.20$$

Nadalje se u prvom i petom članu dubina vode h zamjenjuje karakterističnim promjerom zrna d (članom ista dimenzije). Treći član se zanemaruje, jer je implicitno sadržan u drugom članu. Četvrti član predstavlja nagib piezometrijske linije I (pad vodnoga lica). On se u daljnjem razmatranju za jednoliko tečenje također može zanemariti (pad vodnoga lica jednak je padu linije energije i jednak je padu dna; $I=I_e=I_d$). Posljednji član se množi sa inverznom vrijednosti korijena trećega člana:

$$\frac{q_v}{h\sqrt{\tau_0/\rho}}\frac{\sqrt{\tau_0}}{\sqrt{g(\rho_s-\rho)d}}=\frac{q_v}{\sqrt{g\Delta d^3}}, \qquad 4.21$$

Ako se prvi i drugi član prikažu u inverznom obliku konačno se dobije:

$$f_6\left(\frac{d\sqrt{\tau_0/\rho}}{v},\frac{\tau_0}{g(\rho_s-\rho)d},\frac{q_v}{\sqrt{g\Delta d^3}}\right)=0 \qquad 4.22$$

U toj jednadžbi prvi član predstavlja Reynoldsov broj zrna nanosa $Re_* = du_*/v$, drugi član predstavlja bezdimenzionalno posmično naprezanje i zove se Shieldsov broj ili parametar pokretanja. Treći parametar predstavlja parametar pronosa ili intenzitet pronosa. Veza između navedenih bezdimenzionalnih parametara određuje se eksperimentalno te se dobivaju empirijske zakonitosti.

$$\Delta=\frac{\rho_s-\rho}{\rho}$$

ubrzanje sile teže [m/s2]

karakteristični promjer zrna nanosa [m]

jedinični volumni pronos nanosa [m2/s]

$$f_4\left(\frac{g\Delta d}{\bar{v}^2},\frac{d}{h},\frac{q_v}{\bar{v}h}\right)=0$$

brzina toka vode [m/s]

dubina vode [m]

kinematski koeficijent viskoznosti [m2/s]

srednje posmično naprezanje na dnu [Pa]

gustoća mase nanosa [kg/m3]

gustoća mase vode [kg/m3]

jedinični volumni pronos nanosa [m2/s]

$$f_6\left(\frac{d\sqrt{\tau_0/\rho}}{v},\frac{\tau_0}{g(\rho_s-\rho)d},\frac{q_v}{\sqrt{g\Delta d^3}}\right)=0$$

karakteristični promjer zrna nanosa [m]

ubrzanje sile teže [m/s2]

$$\Delta=\frac{\rho_s-\rho}{\rho}$$

Reynoldsov broj zrna nanosa

Shieldsov broj

$$f_6\left(\frac{d\sqrt{\tau_0/\rho}}{v},\frac{\tau_0}{g(\rho_s-\rho)d},\frac{q_v}{\sqrt{g\Delta d^3}}\right)=0$$

intenzitet pronosa nanosa