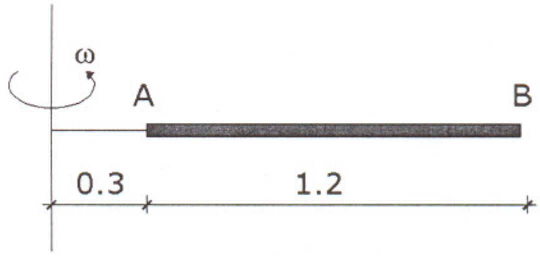
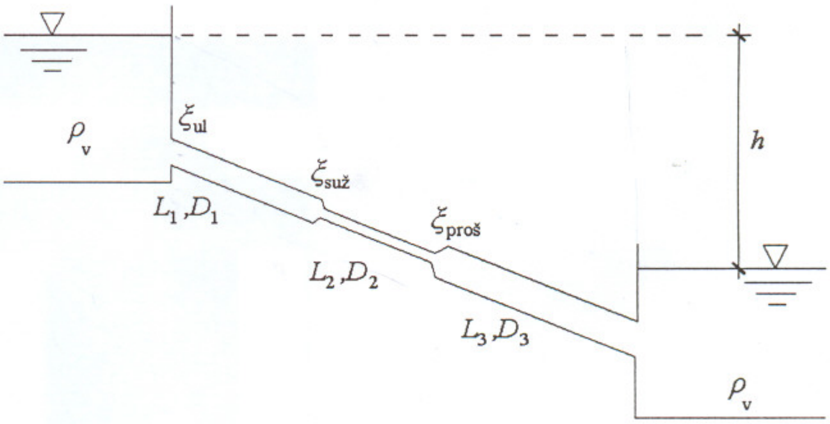
MEHANIKA TEKUĆINA   3. veljače 2011.

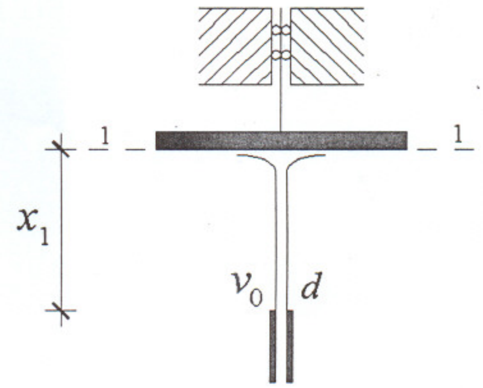
1) Cijev promjera 100 mm i duljine 1.2m je napunjena uljem gustoće ρ_U = 822kg/m³ i zatvorena kružnim čepovima na krajevima. Cijev rotira u horizontalnoj ravnini kutnom brzinom ω = 27.5 1/s oko vertikalne osi na udaljenosti 0.3m od kraja A. Koliki tlak se javlja na krajevima cijevi u točkama A i B u osi cijevi? Kolikom silom djeluje ulje na kružne čepove A i B? Nacrtajte dijagram hidrostatskog tlaka.
(20 bodova)



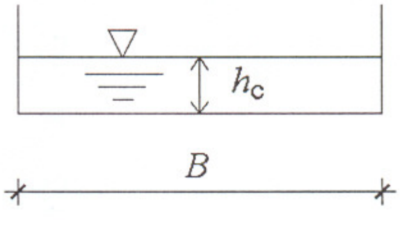
2) Za sistem na slici treba odrediti protok Q. Nacrtajte energetsku i tlačnu liniju. Koeficijenti lokalnih gubitaka odnose se na nizvodne brzine. Pretpostavlja se potpuno turbulentni režim tečenja u cijevima.
D_1=250mm, D_2=200mm, D_3=300mm,
L_1=250m, L_2=200m, L_3=300m, h=10m,
ε=0.0004m, ξ_{UL}=0.5, $\xi_{SUŽ}$=0.3, $\xi_{PROŠ}$=0.4
(25 bodova)



3) Vertikalan slobodan mlaz izbija brzinom v_0=10m/s i udara u ravnu ploču mase m=0.3kg koja se bez trenja kreće vertikalno po vodilici. Izračunaj razmak x_1 na kojem mlaz održava ploču ako je promjer mlaza d=20mm.
(20 bodova)



4) Za kanal pravokutnog presjeka i zadani protok treba odrediti kritičnu dubinu h_c i minimalnu specifičnu energiju E_{min}. Izračunajte pad dna kanala za taj slučaj.
Q= 150 m³/s, B=20m, α=1.1 (Coriolisov koef.),
n = 0.0125 $m^{-1/3}$ s (Manningov koef.).
(20 bodova)

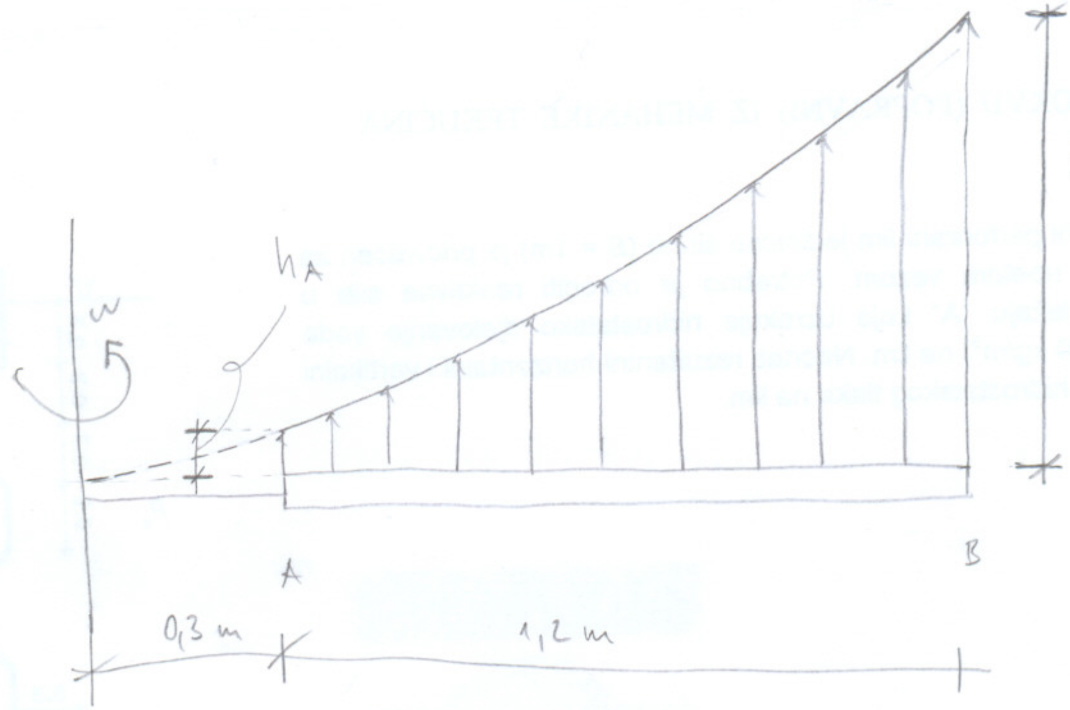


Teorija: (15 bodova)

1) Objasnite Coriollisov koeficijent.
2) Kada se javlja i što je uzrok kontrakcije mlaza?
3) Skiciraj dijagram specifične energije i objasni ga.
4) Napiši izraz za odnos vremena u prirodi i modelu ako je zadovoljena Reynoldsova sličnost.

Obavezno ispravno riješiti 1. i 2. zadatak!

(1)



mirovanje: $p_A^M = p_B^M = \rho_u \cdot g \cdot 0,05 = 0,822 \cdot 9,81 \cdot 0,05$

$= 0,4 \text{ kPa}$

rotacija: $h_A = \frac{w^2 r_A^2}{2g} = \frac{27,5^2 \cdot 0,3^2}{2g} = 3,47 \text{ m}$

$h_B = \frac{w^2 \cdot r_B^2}{2g} = \frac{27,5^2 \cdot 1,5^2}{2g} = 86,73 \text{ m}$

$p_A^R = \rho_u \cdot g \cdot h_A = 27,98 \text{ kPa}$

$p_B^R = \rho_u \cdot g \cdot h_B = 699,38 \text{ kPa}$

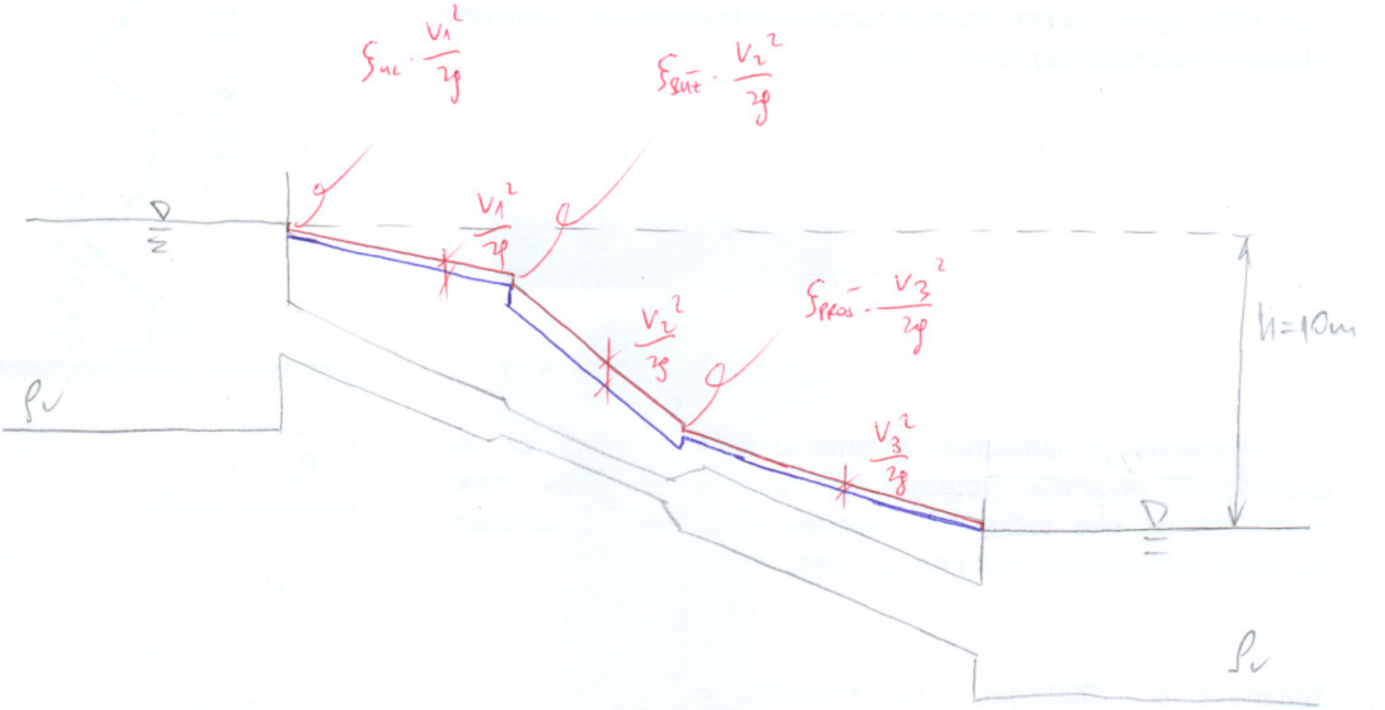
$p_A = p_A^M + p_A^R = 28,38 \text{ kPa}$

$p_B = p_B^M + p_B^R = 699,78 \text{ kPa}$

$F_A = p_A \cdot \frac{d^2 \pi}{4} = 28,38 \cdot \frac{0,1^2 \pi}{4} = 0,22 \text{ kN}$

$F_B = p_B \cdot \frac{d^2 \pi}{4} = 699,78 \cdot \frac{0,1^2 \pi}{4} = 5,5 \text{ kN}$

(2)



$\lambda_1: \quad \frac{\varepsilon}{D_1} = \frac{0,0004}{0,25} = 0,0016 \xrightarrow{\text{Moodyjev dijagram}} \lambda_1 = 0,022$

$\lambda_2: \quad \frac{\varepsilon}{D_2} = \frac{0,0004}{0,2} = 0,0020 \longrightarrow \lambda_2 = 0,0237$

$\lambda_3: \quad \frac{\varepsilon}{D_3} = \frac{0,0004}{0,3} = 0,0013 \longrightarrow \lambda_3 = 0,021$

$$10 = \frac{Q^2}{2g A_1^2}\left(\xi_{ul} + \lambda_1 \frac{L_1}{D_1}\right) + \frac{Q^2}{2g A_2^2}\left(\xi_{suž} + \lambda_2 \frac{L_2}{D_2}\right) + \frac{Q^2}{2g A_3^2}\left(\xi_{proš} + \lambda_3 \frac{L_3}{D_3} + 1\right)$$

$$A_1^2 = \left(\frac{D_1^2 \pi}{4}\right)^2 = 0,0024 m^2 \quad A_2^2 = \left(\frac{D_2^2 \pi}{4}\right)^2 = 0,001 m^2 \quad A_3^2 = \left(\frac{D_3^2 \pi}{4}\right) = 0,005 m^2$$

$$10 = \frac{Q^2}{0,047} \cdot 22,5 + \frac{Q^2}{0,0196} \cdot 24 + \frac{Q^2}{0,0981} \cdot 21,4$$

$$10 = 478,7\, Q^2 + 1224,5\, Q^2 + 218,1\, Q^2$$

$$10 = 1921,3\, Q^2 \rightarrow Q^2 = 0,0052 \rightarrow Q = 0,072\, m^3/s$$

$$v_1^2 = \frac{Q^2}{A_1^2} = \frac{0,0052}{0,0024} = 2,17 \rightarrow \frac{v_1^2}{2g} = 0,111m$$

$$v_2^2 = \frac{Q^2}{A_2^2} = \frac{0,0052}{0,001} = 5,2 \rightarrow \frac{v_2^2}{2g} = 0,265 m$$

$$v_3^2 = \frac{Q^2}{A_3^2} = \frac{0,0052}{0,005} = 1,04 \rightarrow \frac{v_3^2}{2g} = 0,053$$

(3)

$$Q_0 = v_0 \cdot \frac{d^2\pi}{4} = 10 \cdot \frac{0{,}02^2\pi}{4} = 0{,}003\ m^3/s$$

$$G = \rho Q_1 v_1$$

$$m \cdot g = \rho \frac{d^2\pi}{4} \cdot v_1^2$$

$$v_1^2 = \frac{4 \cdot m g}{\rho d^2 \pi} = \frac{4 \cdot 0{,}3 \cdot 9{,}81}{1000 \cdot 0{,}02^2 \pi} = 9{,}37$$

$$v_1 = 3{,}06\ m/s$$

$$\frac{v_0^2}{2g} = x_1 + \frac{v_1^2}{2g} \implies x_1 = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} = \frac{100 - 9{,}37}{2g}$$

$$= 4{,}62\ m$$

---

(4)

$F_r^2 = 1 \rightarrow$ kritično strujanje $>$ kritičnom dubinom

$$\frac{v^2}{g h_c} = \frac{\alpha \cdot Q^2}{g \cdot h_c \cdot (B \cdot h_c)^2} = \frac{\alpha \cdot Q^2}{g \cdot h_c^3 \cdot B^2} = 1$$

$$h_c^3 = \frac{\alpha Q^2}{g \cdot B^2} \implies h_c = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{g \cdot B^2}} = 1{,}85\ m$$

$$Q = A \cdot \frac{1}{n} \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot J^{\frac{1}{2}} \implies J = \frac{Q^2 \cdot n^2}{A^2 \cdot R^{\frac{4}{3}}} = \frac{150^2 \cdot 0{,}0125^2}{37^2 \cdot 1{,}56^{4/3}} = 0{,}0014$$

$$R = \frac{A}{O} = \frac{B \cdot h_c}{2h_c + B} = 1{,}56\ m$$

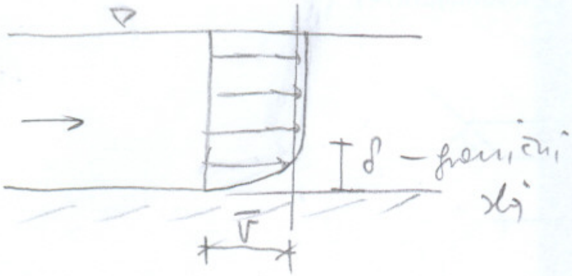
$$E_{min} = h_c + \frac{\alpha Q^2}{2gA^2} = 1{,}85 + \frac{1{,}1 \cdot 150^2}{2g \cdot 37^2} = 1{,}85 + 0{,}92$$

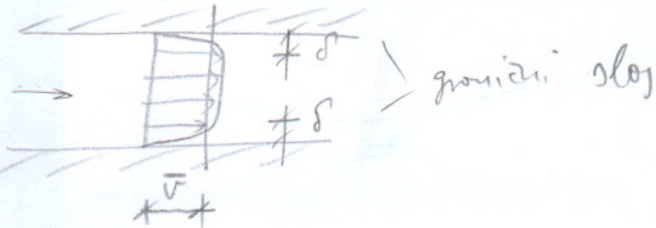
$$E_{min} = 2{,}77\ m$$

Teorija

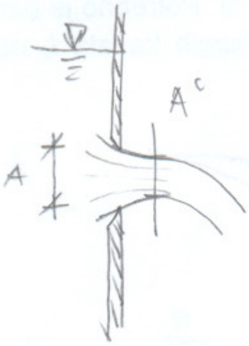
① Coriolisov koeficijent je koef. korekcije kinetičke energije toka. On se uvodi zbog nejednolikog vertikalnog profila brzine. Razlog što vertikalni profil nije jednolik je postojanje graničnog sloja kod realnih tekućina.

$$\alpha = \frac{\int_A v^3 dA}{\bar{v}^3 \cdot A} \qquad E_k = \frac{\alpha \cdot \bar{v}^2}{2g}$$

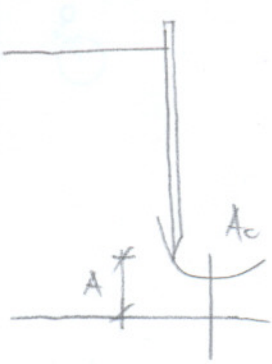




②

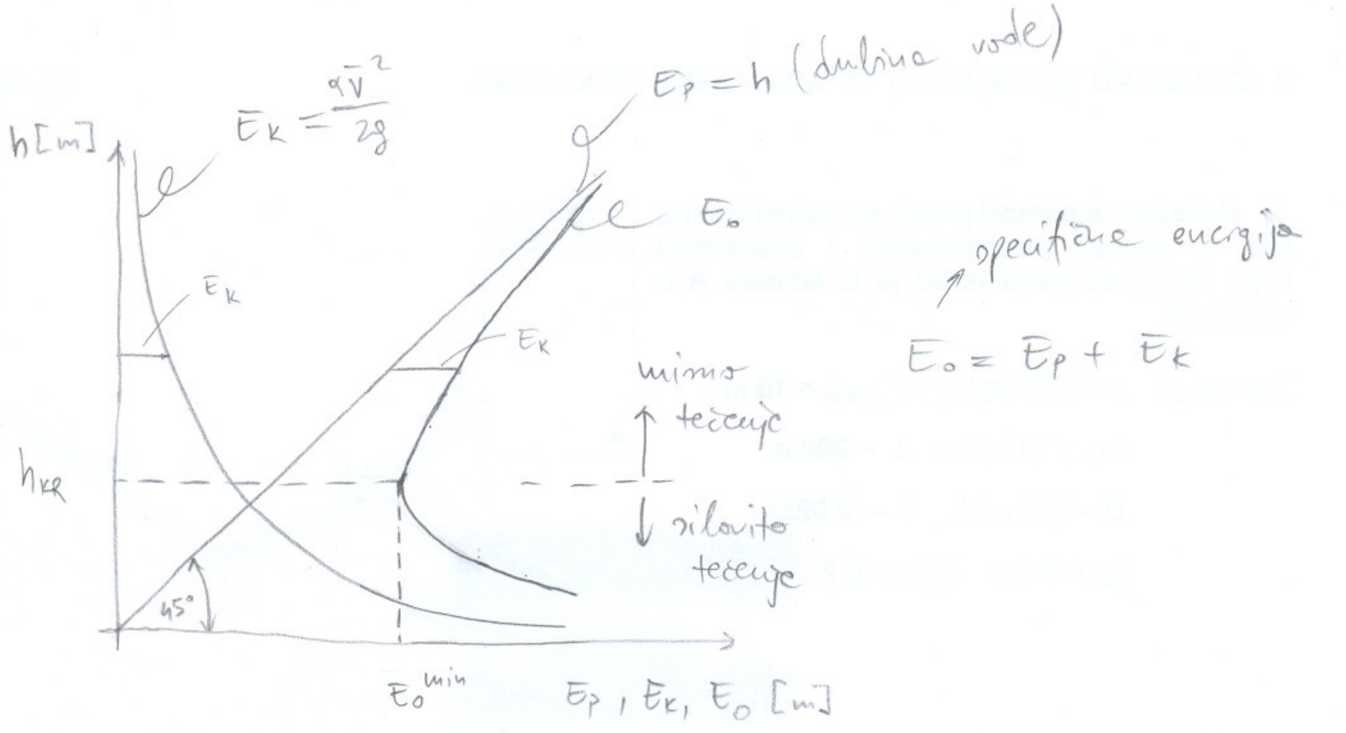


Koeficijent kontrakcije se javlja kod istjecanja. Uzrokuju ga sila inercije gibanja tekućine, odnosno nemogućnost da tok naglo izgubi vertikalnu komponentu strujanja, odnosno da strujnica naglo promijeni smjer.



$$C_c = \frac{A_c}{A} < 1$$

(3)



Minimum specifične energije se postiže ~~za~~ kritično strujanje

(4)

Reynoldsova sličnost → dominantne sile su sila inercije i viskoznosti (trenje)

$$Re_m = Re_p$$

$$\frac{v_m \cdot D_m}{\nu_m} = \frac{v_p \cdot D_p}{\nu_p}$$

U slučaju da se koriste iste tekućine i isti uvjeti u prirodi i na modelu, vrijedi: $\nu_m = \nu_p$.

$$\frac{v_m}{v_p} \cdot \frac{D_m}{D_p} = 1$$

$$\frac{\frac{L_m}{T_m}}{\frac{L_p}{T_p}} \cdot \frac{L_m}{L_p} = \frac{L_m \cdot T_p}{T_m \cdot L_p} \cdot \frac{L_m}{L_p} = \frac{1}{\lambda} \cdot \lambda_T \cdot \frac{1}{\lambda} = 1$$

$$\boxed{\lambda_T = \lambda^2}$$

λ – geometrijska sličnost
λ_T – vremenska sličnost