

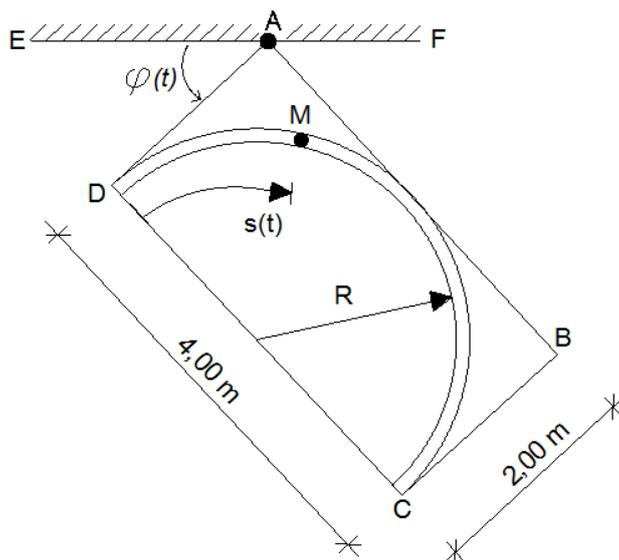
SLOŽENO GIBANJE

Zadatak sa predavanja:

Pravokutna ploča ABCD rotira prema zakonu $\varphi(t)$, koji se mjeri u radijanima od osi EF. $\varphi(t) = \frac{\pi}{4}t^2$, što znači da se u trenutku t_0 stranica ploče AD nalazi na osi EF.

Na ploči je urezan kružni žlijeb u kojem se giba kuglica M. Promjena položaja kuglice u žlijebu zadana je zakonom $s(t) = \frac{\pi}{4}t^2$ i mjeri se u metrima od točke D, tako da je u trenutku t_0 , kuglica u točki D.

Rotacija ploče i gibanje kuglice po ploči počinje istovremeno. Treba odrediti apsolutnu brzinu i ubrzanje kuglice u trenutku $t_1 = 2$ (s), mjereno od početka gibanja.



Rješenje:

Apsolutno gibanje kuglice naziva se složeno gibanje i sastoji se od prijenosnog gibanja koje je u ovom slučaju rotacija ploče ABCD oko zgloba A, i relativnog gibanja kuglice po ploči odnosno u žlijebu.

Prijenosno gibanje je rotacija oko A
zadana u polarnom sustavu:

$$\varphi(t) = \frac{\pi}{4}t^2 \quad \xrightarrow{t=2s} \quad \varphi_1 = \pi \text{ (r)}$$

$$\omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{\pi}{2}t \quad \xrightarrow{t=2s} \quad \omega_1 = \pi \text{ (r/s)}$$

$$\varepsilon(t) = \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{\pi}{2} \quad \xrightarrow{t=2s} \quad \varepsilon_1 = \frac{\pi}{2} \text{ (r/s}^2\text{)}$$

Relativno gibanje je po kružnici $R=2m$,
zadano skalarnom funkcijom (prirodni način):

$$s(t) = \frac{\pi}{4}t^2 \quad \xrightarrow{t=2s} \quad s_1 = \pi \text{ (m)}$$

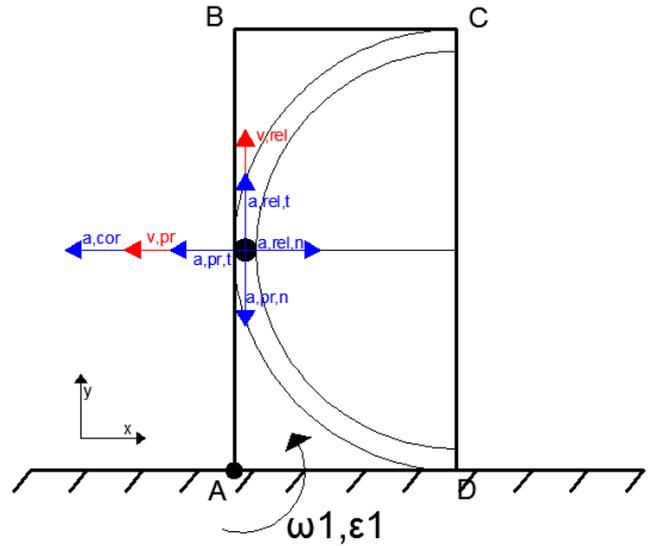
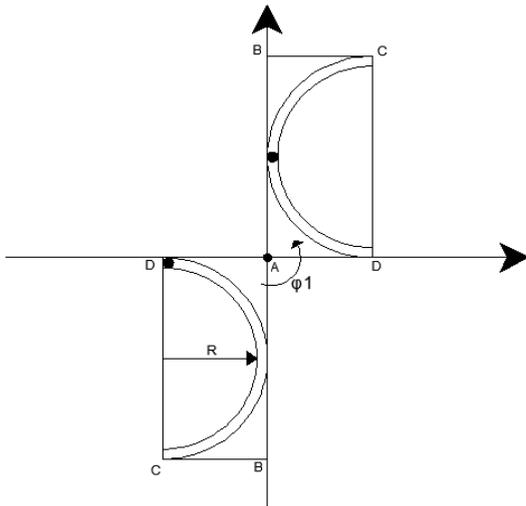
$$v(t) = \frac{ds(t)}{dt} = \frac{\pi}{2}t \quad \xrightarrow{t=2s} \quad v_1 = \pi = 3,14 \text{ (m/s)}$$

$$a_T(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{\pi}{2} \quad \xrightarrow{t=2s} \quad a_{T1} = \frac{\pi}{2} = 1,57 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$a_N(t) = \frac{v^2}{R} = \frac{\pi^2 t^2}{8} \quad \xrightarrow{t=2s} \quad a_{N1} = \frac{\pi^2}{2} = 4,93 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Do trenutka $t_1 = 2$ (s) ploča se zarotirala oko zgloba A, odnosno svaki brid ploče zarotirao se za 180° . Istovremeno kuglica je po žlijebu prošla $3,14$ (m). Položaj čestice u žlijebu možemo odrediti ako usporedimo prijeđeni put s_1 i opseg kružnice:

$$s_1 = \pi \text{ (m)} \quad R = 2 \text{ (m)} \rightarrow \text{opseg} = 2R\pi = 4\pi \rightarrow s_1 = \frac{1}{4} \text{ opsega}$$



Brzine i ubrzanja od prijenosnog gibanja:

$$v_{pr} = \omega_{pr} * 2 = 6,28 \text{ m/s} \quad \vec{v}_{pr} = -6,28 \vec{i}$$

$$a_{pr,T} = \varepsilon * 2 = 3,14 \text{ m/s}^2 \quad \vec{a}_{pr,T} = -3,14 \vec{i}$$

$$a_{pr,n} = \omega^2 * R = 19,72 \text{ m/s}^2 \quad \vec{a}_{pr,n} = -19,72 \vec{j}$$

Brzine i ubrzanja od relativnog gibanja:

$$\vec{v}_{rel} = 3,14 \vec{j}$$

$$\vec{a}_{rel,T} = 1,57 \vec{j}$$

$$\vec{a}_{rel,N} = 4,93 \vec{i}$$

Coriolisovo ubrzanje:

$$a_{cor} = 2 \cdot \omega_{pr} \cdot v_{rel} = 19,72 \quad \vec{a}_{cor} = 2 \cdot (\vec{\omega}_{pr} \times \vec{v}_{rel}) = -19,72 \vec{i}$$

Apsolutne vrijednosti brzine i ubrzanja:

$$\vec{v}_{aps} = \vec{v}_{pr} + \vec{v}_{rel} = -6,28 \vec{i} + 3,14 \vec{j} \quad \rightarrow \quad v_{aps} = \sqrt{6,28^2 + 3,14^2} = 7,02 \text{ m/s}$$

$$\vec{a}_{aps} = \vec{a}_{pr} + \vec{a}_{rel} + \vec{a}_{cor} = -17,93 \vec{i} - 18,15 \vec{j} \quad \rightarrow \quad a_{aps} = \sqrt{17,93^2 + 18,15^2} = 25,51 \text{ m/s}^2$$