

KORIGIRATI!

PREZIME I IME:

GRUPA:

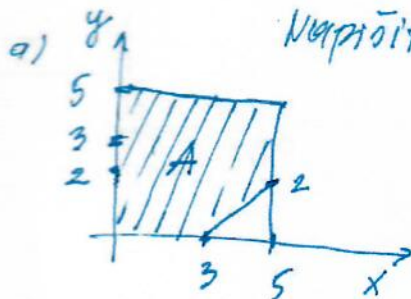
VJEROJATNOST I STATISTIKA Kolokvij 9.12.2020. A

1. (a) (12 bodova) Iz intervala  $[0, 5]$  biramo na slučajan način dva broja. Kolika je vjerojatnost da razlika prvog i drugog broja bude manja od 3?

(b) (11 bodova) Trgovački lanac nabavlja povrće od tri dobavljača A, B i C. Vjerojatnost da će pri prvoj kupnji odabrati dobavljača A iznosi 0.5, a preostale dobavljače odabire s jednakim vjerojatnostima. Pri svakoj sljedećoj kupnji vjerojatnost da ne promijeni dobavljača iznosi 0.8. Kolika je vjerojatnost da je redoslijed nabave bio BBACC?



*Na ostale dobavljače odabire s jednakim vjerojatnostima. Napišite odgovarajuće događaje*



$$x - y < 3 \Rightarrow y > x - 3$$

$$\mu(\Omega) = 5^2 = 25$$

$$\mu(A) = 25 - \frac{1}{2} \cdot 2^2 = 23$$

$$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)} = \frac{23}{25} = \boxed{0,92}$$

- b)
- $A_1 =$  PRVI DOBAVLJAČ B
  - $A_2 =$  DRUGI DOBAVLJAČ B
  - $A_3 =$  TREĆI DOBAVLJAČ A
  - $A_4 =$  ČETVRTI DOBAVLJAČ C
  - $A_5 =$  PETI DOBAVLJAČ C

$$P(A_1) = 0,25$$

$$P(A_2|A_1) = 0,8$$

$$P(A_3|A_1 \cap A_2) = 0,1$$

$$P(A_4|A_1 \cap A_2 \cap A_3) = 0,1$$

$$P(A_5|A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = 0,8$$



$$\begin{aligned}
 P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5) &= P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 \cap A_2) \cdot P(A_4|A_1 \cap A_2 \cap A_3) \cdot P(A_5|A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = \\
 &= 0,25 \cdot 0,8 \cdot 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,8 = \\
 &= 1,6 \cdot 10^{-3} = 0,0016
 \end{aligned}$$



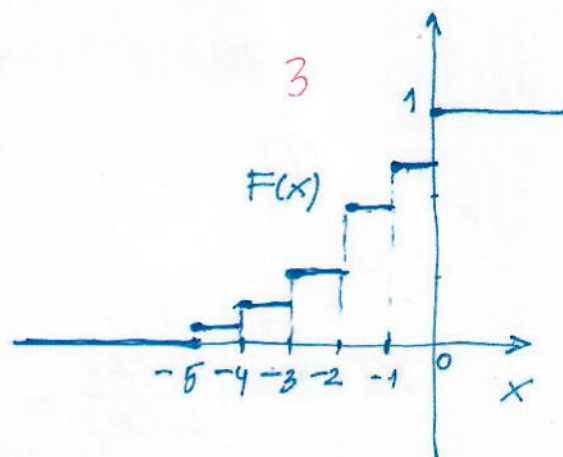
2. Bacamo simetričnu kocku dva puta i promatramo slučajnu varijablu  $X = \text{"razlika manjeg i većeg broja koji su pali"}$ .

- (a) (14 bodova) Odredite funkciju vjerojatnosti i funkciju raspodjele (distribucije) od  $X$ , te skicirajte funkciju raspodjele.  
 (b) (9 bodova) Izračunajte očekivanje i standardnu devijaciju od  $X$ .

a)

$$X \sim \begin{pmatrix} -5 & -4 & -3 & -2 & -1 & 0 \\ \frac{2}{36} & \frac{4}{36} & \frac{6}{36} & \frac{8}{36} & \frac{10}{36} & \frac{6}{36} \\ 11/3 & 1/9 & 1/6 & 2/9 & 5/18 & 1/6 \end{pmatrix} \quad 5$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ; x < -5 \\ \frac{2}{36} & ; -5 \leq x < -4 \\ \frac{6}{36} & ; -4 \leq x < -3 \\ \frac{12}{36} & ; -3 \leq x < -2 \\ \frac{20}{36} & ; -2 \leq x < -1 \\ \frac{30}{36} & ; -1 \leq x < 0 \\ 1 & ; x \geq 0 \end{cases} \quad 6$$



$$b) \quad E(X) = \frac{-5 \cdot 2 - 4 \cdot 4 - 3 \cdot 6 - 2 \cdot 8 - 1 \cdot 10 + 0 \cdot 6}{36} = \frac{-10 - 16 - 18 - 16 - 10}{36} = \frac{-70}{36} = -1,94 \quad 7$$

$$Var(X) = \frac{25 \cdot 2 + 16 \cdot 4 + 9 \cdot 6 + 4 \cdot 8 + 1 \cdot 10 + 0 \cdot 6}{36} - \frac{70^2}{36^2} =$$

$$= \frac{50 + 64 + 54 + 32 + 10}{36} - \frac{4900}{1296} = \frac{210 \cdot 36 - 4900}{1296} = \frac{2660}{1296} = 2,0525 \quad 8$$

$$\sigma(X) = \sqrt{\frac{2660}{1296}} = \frac{51,5752}{36} = 1,4326 \quad 9$$

3. (a) (8 bodova) Visina studenata Građevinskog fakulteta u Rijeci je normalno distribuirana slučajna varijabla s očekivanjem 173 cm i varijancom 36 cm. Kolika je vjerojatnost da je slučajno odabran student viši od 180 cm?

- (b) Dvodimenzionalni slučajni vektor  $(X, Y)$  zadan je sljedećom tablicom:

$$(X, Y) \sim \begin{pmatrix} X \backslash Y & -1 & 1 \\ 0 & 0.18 & 0.10 \\ 1 & 0.10 & 0.20 \\ 2 & 0.22 & 0.20 \end{pmatrix},$$

- i) (4 boda) Odredite marginalne funkcije vjerojatnosti.  
 ii) (10 bodova) Odredite kovarijancu  $\mu_{xy}$ .  
 iii) (2 boda) Ispitajte nezavisnost slučajnih varijabli  $X$  i  $Y$ .

a)  $X = \text{visina studenata}$ ,  $X \sim N(173, 36)$

$$P(X > 180) = 1 - P(X \leq 180) = 1 - F(180) = 1 - \Phi\left(\frac{180-173}{6}\right) \\ = 1 - \Phi\left(\frac{7}{6}\right) = 1 - \Phi(1,17) = 1 - 0,879 = \boxed{0,121}$$

b) i)  $X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0,28 & 0,3 & 0,42 \end{pmatrix}$   $Y \sim \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$

ii)  $E(X) = 1 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,42 = 0,3 + 0,84 = \boxed{1,14}$

$$E(Y) = -1 \cdot 0,5 + 1 \cdot 0,5 = \boxed{0}$$

$$E(XY) = -1 \cdot 1 \cdot 0,1 + 1 \cdot 1 \cdot 0,2 - 2 \cdot 1 \cdot 0,22 + 2 \cdot 1 \cdot 0,2 \\ = -0,1 + 0,2 - 0,44 + 0,4 = 0,1 - 0,04 = \boxed{0,06}$$

$$\mu_{xy} = E(XY) - E(X) \cdot E(Y) = 0,06 - 1,14 \cdot 0 = \boxed{0,06}$$

iii)  $0,2 = f(1,1) \neq f_1(1) \cdot f_2(1) = 0,3 \cdot 0,5 = 0,15$   
 $\Rightarrow X$  i  $Y$  su **zavisne** !!