Pravila deriviranja su kao za obične derivacije (funkcije jedne varijable), samo što ostale varijable tretiramo kao konstante.
Kad deriviramo po varijabli x, varijablu y tretiramo kao konstantu.

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) &= (1) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(y)}_{=0} \cdot \varphi(\sqrt{x^2+y^2}) + y \cdot \frac{\partial}{\partial x}(\varphi(\sqrt{x^2+y^2})) \\
&= (2) = y\varphi'(\sqrt{x^2+y^2}) \cdot \frac{\partial}{\partial x}(\sqrt{x^2+y^2}) \\
&= (3) = y\varphi'(\sqrt{x^2+y^2}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2+y^2}} \cdot \frac{\partial}{\partial x}(x^2+y^2) \\
&= (4) = y\varphi'(\sqrt{x^2+y^2}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2+y^2}} \cdot 2x = \frac{xy\varphi'(\sqrt{x^2+y^2})}{\sqrt{x^2+y^2}}
\end{aligned}
$$

U (1) primijenjujemo pravilo za deriviranje umnoška. Naime, f je umnožak dviju funkcija: $(x,y) \mapsto y$ i $(x,y) \mapsto \varphi(\sqrt{x^2+y^2})$.
Odmah uočavamo da je $\frac{\partial}{\partial x}(y) = 0$ jer funkcija $(x,y) \mapsto y$ ne ovisi o varijabli x, zato cijeli prvi član nestaje.
U (2), y se samo prepiše, a funkciju $(x,y) \mapsto \varphi(\sqrt{x^2+y^2})$ treba derivirati po x. Ta funkcija je kompozicija funkcije φ i funkcije $(x,y) \mapsto \sqrt{x^2+y^2}$, zato primjenjujemo pravilo za derivaciju kompozicije. Pri tome se pojavljuje φ' jer je φ, kao što piše u tekstu zadatka, funkcija jedne varijable, dakle ona ima samo običnu derivaciju.
Pravilo kompozicije uvijek ide na isti način: vanjska funkcija (ovdje φ) se derivira, unutarnja $\sqrt{x^2+y^2}$ se prepiše kao argument i zatim se derivira unutarnja funkcija (opet po x, po onoj varijabli po kojoj deriviramo).
U (3) ovo $y\varphi'(\sqrt{x^2+y^2})$ se samo prepiše, to se ne može više srediti, a treba izračunati derivaciju po x funkcije $(x,y) \mapsto \sqrt{x^2+y^2}$. Ovo je opet kompozicija, ovaj put funkcija $t \mapsto \sqrt{t}$ (tj. drugi korijen, funkcija jedne varijable) i $(x,y) \mapsto x^2+y^2$. Opet primjenjujemo pravilo za kompoziciju, s time da korijen deriviramo po tablici, tj. $(\sqrt{t})' = \frac{1}{2\sqrt{t}}$.
U (4) preostaje samo derivirati $(x,y) \mapsto x^2+y^2$ po x i to je $2x$. Derivacija po x od x^2 je $2x$ po tablici, a derivacija od y^2 je 0 jer taj izraz ne ovisi o x.
I na kraju se to samo sredi (skrati se 2 u brojniku i nazivniku).

Što se tiče parcijalne derivacije po y, prvo uočimo da je greška u skripti, treba pisati:

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}(y\varphi(\sqrt{x^2+y^2})) = \cdots$$

Naime, tu se samo umjesto f uvrštava formula za f, ovo $\frac{\partial}{\partial y}$ se prepisuje. Dalje je račun ispravan, tj. svuda imamo $\frac{\partial}{\partial y}$. Detaljniji račun:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) &= (1) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}(y)}_{=1} \cdot \varphi(\sqrt{x^2+y^2}) + y \cdot \frac{\partial}{\partial y}(\varphi(\sqrt{x^2+y^2})) \\
&= (2) = \varphi(\sqrt{x^2+y^2}) + y \cdot \varphi'(\sqrt{x^2+y^2}) \cdot \frac{\partial}{\partial y}(\sqrt{x^2+y^2}) \\
&= (3) = \varphi(\sqrt{x^2+y^2}) + y\varphi'(\sqrt{x^2+y^2}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2+y^2}} \cdot 2y \\
&= \varphi(\sqrt{x^2+y^2}) + \frac{y^2\varphi'(\sqrt{x^2+y^2})}{\sqrt{x^2+y^2}}
\end{aligned}$$

Opet, u (1) koristimo derivaciju kompozicije, a $\frac{\partial}{\partial y}(y) = 1$ po tablici. U (2) se ovaj prvi član $\varphi(\sqrt{x^2+y^2})$ samo prepiše i y takodjer, a $\varphi(\sqrt{x^2+y^2})$ deriviramo po pravilu za kompoziciju. U (3) treba derivirati $\sqrt{x^2+y^2}$ po y, ostalo se prepiše. Opet koristim pravilo za kompoziciju, odmah ga primijenim dva puta, po tablici je $(\sqrt{t})' = \frac{1}{2\sqrt{t}}$ i $\frac{\partial}{\partial y}(x^2+y^2) = 2y$. U zadnjem koraku sam sve izderivirao, samo sredim.