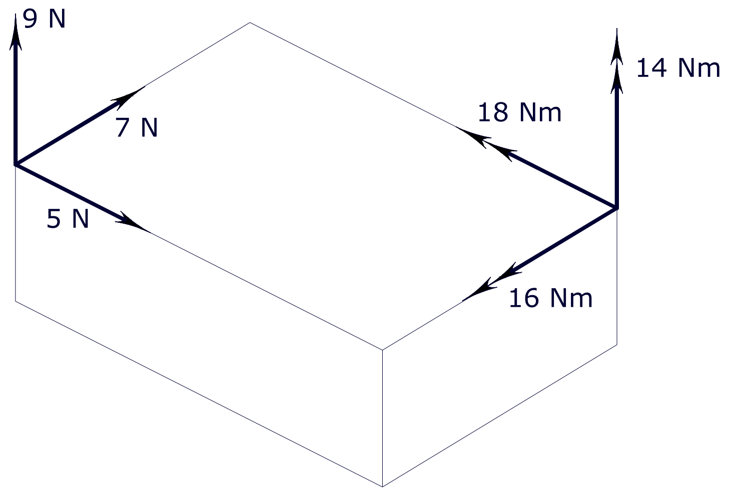
2. TREBA ODREDITI CENTRALNU OS ZADANOG SUSTAVA KONCENTRIRANIH DJELOVANJA.



ZADANI SU S KOMPONENTANMA – SAMO JEDNA SILA I JEDAN MOMENT. MOŽE SE PRETPOSTAVIT DA JE BILO ZADANO VIŠE DJELOVANJA A DA JE OVO REZULTIRAJUĆE DJELOVANJE:

$$\vec{F}_R = 5\vec{i} + 7\vec{j} + 9\vec{k}$$
$$\vec{M}_R = -18\vec{i} - 16\vec{j} + 14\vec{k}$$

ZA ODREĐIVANJE CENTRALNE OSI TREBA REZULTIRAJUĆI MOMENT RASTAVITI NA DVA VEKTORA – JEDAN PARALELAN S $\vec{F}_R$ $\left(\vec{M}_{RC}\right)$ I JEDAN OKOMIT NA $\vec{F}_R$ $\left(\vec{M}_{RO}\right)$:

$$\vec{M}_R = \vec{M}_{RC} + \vec{M}_{RO}$$

POSTUPAK ĆE SE PROVESTI BEZ UVOĐENJA JEDINIČNOG VEKTORA ZA $\vec{F}_R$

$\vec{M}_{RC} = \lambda \cdot \vec{F}_R$; (λ JE SKALARNI FAKTOR ALI DAKAKO NIJE DULJINA VEKTORA $\vec{M}_{RC}$.)

SLIJEDI:

$\vec{M}_R = \lambda \cdot \vec{F}_R + \vec{M}_{RO}$ (IZRAZ SE SKALARNO MNOŽI S $\vec{F}_R$)

$\vec{M}_R \cdot \vec{F}_R = \lambda \cdot \left(\vec{F}_R \cdot \vec{F}_R\right) + \vec{M}_{RO} \cdot \vec{F}_R$ (POSLJEDNJI ČLAN $= 0$)

SLIJEDI:

$$\lambda = \frac{\vec{M}_R \cdot \vec{F}_R}{\vec{F}_R \cdot \vec{F}_R}$$

$$\vec{M}_R \cdot \vec{F}_R = -18 \cdot 5 - 7 \cdot 16 + 9 \cdot 14 = -76$$

$$\vec{F}_R \cdot \vec{F}_R = 5^2 + 7^2 + 9^2 = 155$$

$\lambda = -0{,}49032258$ (ZA PRIMJENU ODBACIT 3 MJESTA)

$$M_{RCx} = \lambda \cdot F_{Rx} = -2{,}4516129$$
$$M_{RCy} = \lambda \cdot F_{Ry} = -3{,}4322581$$
$$M_{RCz} = \lambda \cdot F_{Rz} = -4{,}4129032$$

OKOMITI PRIBROJNIK M_{RO} ODREĐUJE SE IZ UVODNOG IZRAZA:

$\vec{M}_{RO} = \vec{M}_R - \vec{M}_{RC}$ PA SLIJEDI

$$M_{ROx} = M_{Rx} - M_{RCx} = -15{,}548387$$
$$M_{ROy} = M_{Ry} - M_{RCy} = -12{,}567742$$
$$M_{ROz} = M_{Rz} - M_{RCz} = +18{,}4129032$$

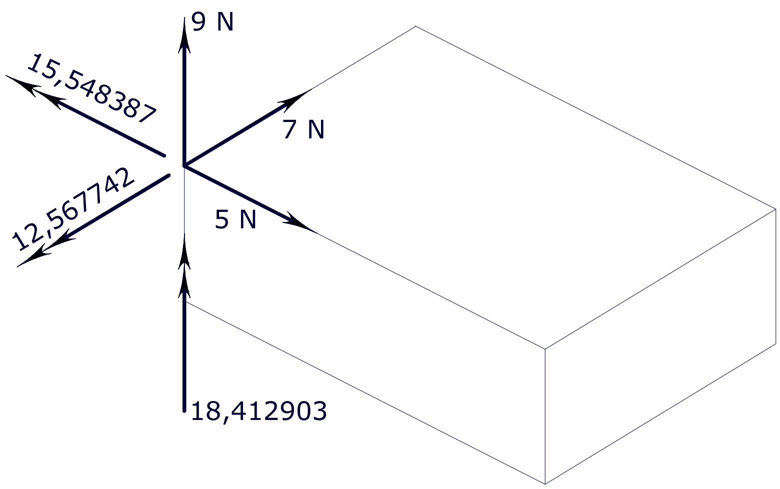
KONTROLIRAT ĆE SE OKOMITOST $\vec{M}_R$ I $\vec{F}_R$:

$$\vec{F}_R \cdot \vec{M}_R = 5 \cdot (-15{,}548387) + 7 \cdot (-12{,}567742) + 9 \cdot (18{,}412903) = 0{,}000000$$

DIO MOMENTA M_{RC} KOJI JE PARALELAN JE DIO REZULTANTNOG DJELOVANJA NA CENTRALNOJ OSI (DIO TZV DINAMIČKOG VIJKA). OKOMITI DIO MOMENTA I REZULTIRAJUĆA SILA U **A** MOGU SE ZAMJENITI EKVIVALENTNOM SILOM NA TRAŽENOJ OSI. VEKTORSKI SE REZULTIRAJUĆA SILA NE MIJENJA. TREBA ODREDITI JEDNU TOČKU S CENTRALNE OSI. MOGUĆA SU DVA RAČUNSKA PRISTUPA:

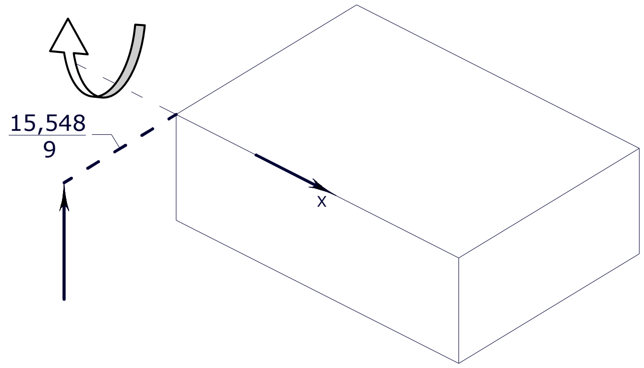
a) <u>NEFORMALNI POSTUPAK</u>

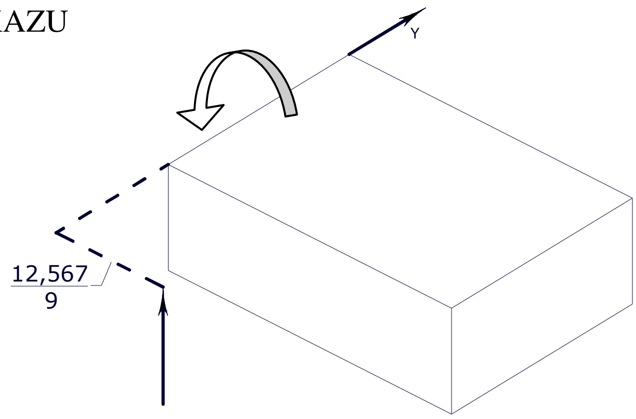
ZBOG PREGLEDNOSTI JE UZ REZULTIRAJUĆU SILU U **A** PRIKAZAN U KOMPONENTAMA SAMO OKOMIT DIO REZULTIRAJUĆEG MOMENTA (STVARNE ORJENTACIJE; UZ NJIH POZITIVAN BROJ ILI $|\text{VEKTOR}|$).



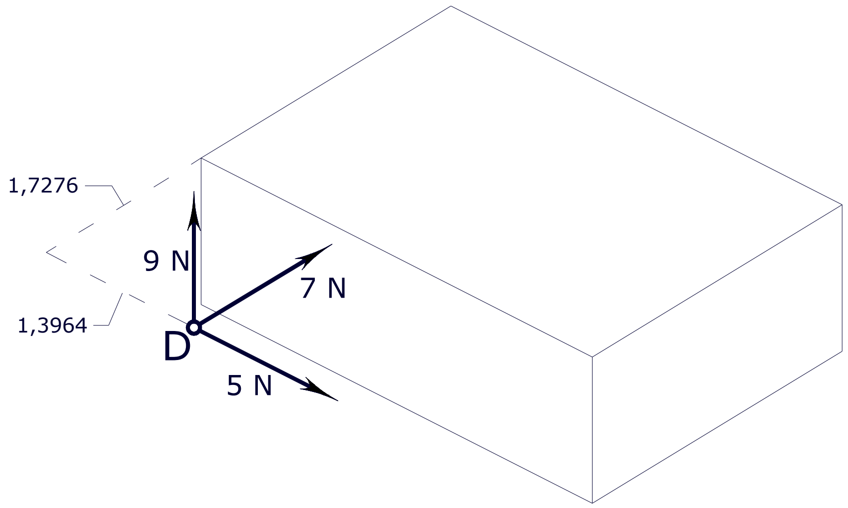
TRAŽENA TOČKA SE MOŽE POTRAŽITI U BILO KOJOJ RAVNINI. OVDJE JE ODABRANA RAVNINA GORNJE *"HORIZONTALNE"* STRANICE.

ODREĐUJE SE TOČKA U KOJOJ ĆE KOMPONENTA F_{Rz} OKO OSI x I OKO OSI y DATI TOČNO MOMENTE KOJI ODGOVARAJU KOMPONENTAMA $\vec{M}_{RO}$ U RAVNINI. U IZOLIRANOM PRIKAZU

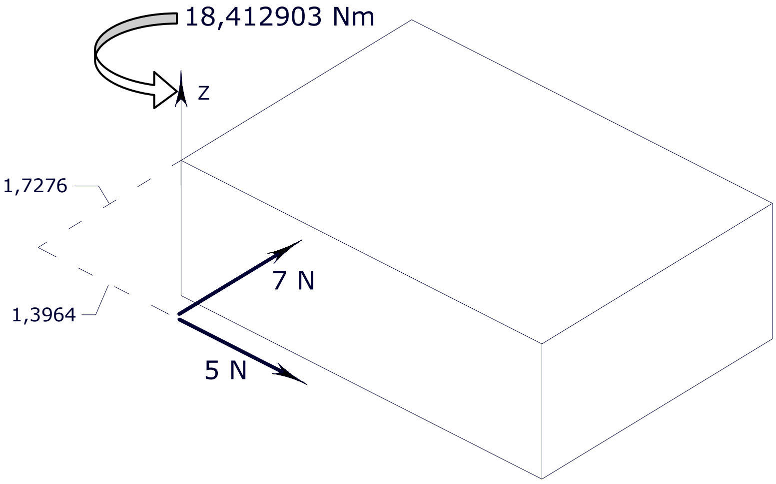




DA ZAMIJENI M_{ROx} NOVA SILA SE MORA NALAZITI NA ODGOVARAJUĆEM RAZMAKU OD OSI x. DA K TOME JOŠ ZAMIJENI I M_{ROy} NOVA SILA SE MORA ODMAKNUTI I OD OSI y. DOBIVA SE:



TIME JE ODREĐENA TOČKA **D** S CENTRALNE OSI. TAKO POSTAVLJENA SILA MORA ZAMIJENITI I M_{ROz}. TO ĆE SE ISKORISTITI ZA KONTROLU.



$$+1{,}7276 \cdot 5 + 1{,}3964 \cdot 7 = 18{,}412903$$

b) <u>FORMALNI POSTUPAK</u>

U TOČKI **A** NALAZI SE POČETAK VEKTORA $\vec{l}_c$. VRH SE NALAZI NA CENTRALNOJ OSI I OZNAČITI ĆE SE S **C**.

$$\vec{l}_c \times \vec{F}_R = \vec{M}_{RO} = \vec{M}_R - \vec{M}_{RC}$$

PRIHVATLJIVI SU SVI VEKTORI KOJIMA SE VRH NALAZI NA CENTRALNOJ OSI. POSTUPAK JE NAJLAKŠI AKO SE ODABERE SAMO JEDAN $\vec{l}_c$ KOJI JE OKOMIT NA $\vec{F}_R$.

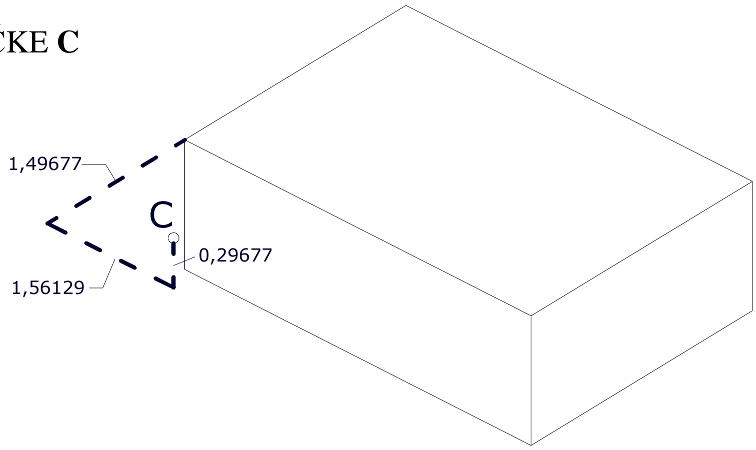
JEDNADŽBA ĆE SE S LIJEVA VEKTORSKI POMNOŽITI S $\vec{F}_R$

$$\vec{F}_R \times \left(\vec{l}_c \times \vec{F}_R\right) = \vec{F}_R \times \left(\vec{M}_R - \vec{M}_{RC}\right)$$
$$\vec{l}_c\left(\vec{F}_R \cdot \vec{F}_R\right) - \vec{F}_R\underbrace{\left(\vec{l}_c \cdot \vec{F}_R\right)}_{\text{0 zbog okomitosti}} = \vec{F}_R \times \vec{M}_R - \underbrace{\vec{F}_R \times \vec{M}_{RC}}_{\text{0 zbog paralelnosti}}$$

SLIJEDI:

$$\vec{l}_c = \frac{\vec{F}_R \times \vec{M}_R}{\vec{F}_R \cdot \vec{F}_R}$$
$$\vec{F}_R \times \vec{M}_R = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ +5 & +7 & +9 \\ -18 & -16 & +14 \end{vmatrix}$$
$$\vec{F}_R \cdot \vec{F}_R = 155$$
$$\vec{l}_c = +1{,}5612903 \cdot \vec{i} - 1{,}4967742 \cdot \vec{j} + 0{,}29677419 \cdot \vec{k}$$

SKICA POLOŽAJA TOČKE **C**



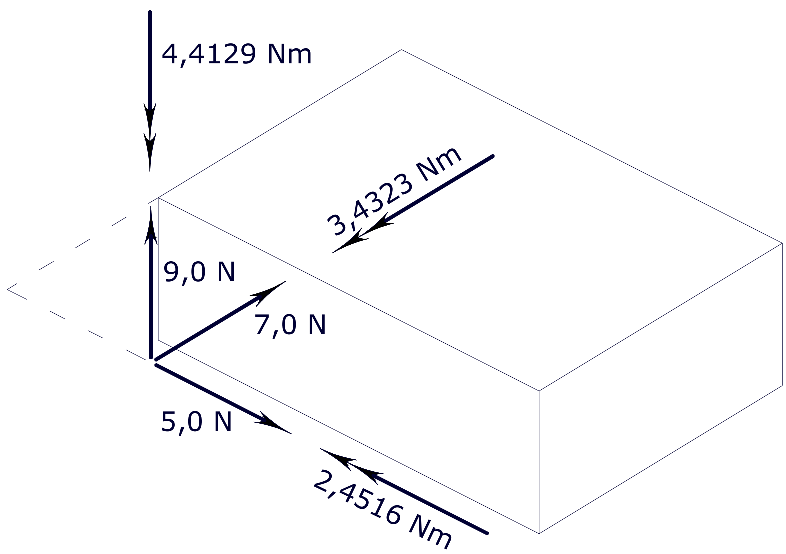
VEKTOR $\vec{p}$ KOJI SPAJA TOČKE **D** I **C** MORA LEŽATI NA CENTRALNOJ OSI ŠTO ZNAČI DA MORA BITI PARALELAN S VEKTOROM $\vec{F}_R$.

$$\vec{p} = \vec{l}_C - \vec{l}_D$$
$$p_x = 0{,}16487452$$
$$p_y = 0{,}23082436$$
$$p_z = 0{,}29677419$$

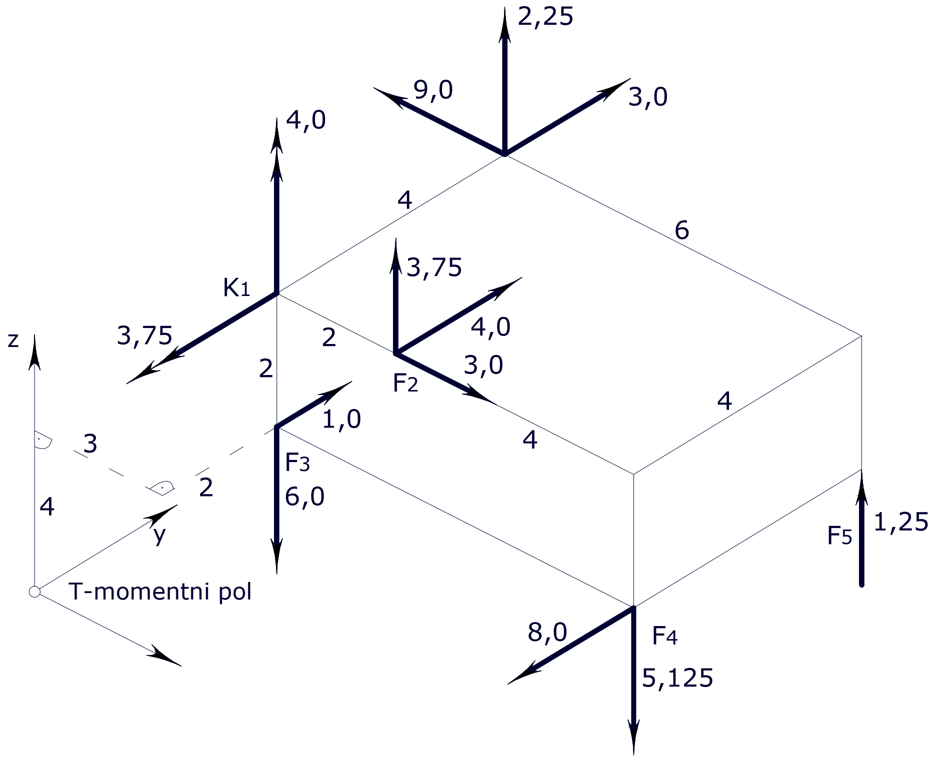
OMJERI PRIPADNIH KOORDINATA BI TREBALI BITI JEDNAKI:

$$\left.\begin{aligned} \frac{5}{p_x} &= 30{,}326092 \\ \frac{7}{p_y} &= 30{,}326092 \\ \frac{9}{p_z} &= 30{,}326092 \end{aligned}\right\} \quad \text{ŠTO JE I POKAZANO.}$$

RJEŠENJE PRIKAZANO U TEHNIČKOJ NOTACIJI:



NASTAVAK PROSTORNOG ZADATKA (VJEŽBE 2.)



KONTROLA RAVNOTEŽE POMOĆU VEKTORSKOG FORMALIZMA:

$$\sum \vec{l}_i \times \vec{F}_i + \sum \vec{K}_j = \vec{0}$$

- SILA F_1: $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 6 & 6 \\ -9 & 3 & 2{,}25 \end{vmatrix} = -4{,}25\vec{i} - 60{,}75\vec{j} + 63\vec{k}$

- SILA F_2: $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 & 2 & 6 \\ 3 & 4 & 3{,}75 \end{vmatrix} = -16{,}5\vec{i} - 0{,}75\vec{j} + 14\vec{k}$

- SILA F_3: $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 2 & 4 \\ 6 & 1 & -2{,}125 \end{vmatrix} = -8{,}25\vec{i} + 30{,}375\vec{j} - 9\vec{k}$

- SILA F_4: $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 9 & 2 & 4 \\ 0 & -8 & -5{,}125 \end{vmatrix} = 21{,}75\vec{i} + 46{,}125\vec{j} - 72\vec{k}$

- SILA F_5: $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 9 & 6 & 4 \\ 0 & 0 & 1{,}25 \end{vmatrix} = 7{,}5\vec{i} - 11{,}25\vec{j} + 0\vec{k}$

- MOMENT K: $\vec{K} = 0\vec{i} - 3{,}75\vec{j} + 4\vec{k}$

$\sum \vec{l}_i \times \vec{F}_i + \sum \vec{K}_j = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k} = \vec{0}$ KONTROLA ŠTIMA