

1. Izračunajte (3 boda)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_{2x}^{3x} \cos(y - 2x) dy.$$

2. Rekonstruirajte i skicirajte područje integracije u integralu (4 boda)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_1^{2(1+\cos\varphi)} f(r, \varphi) r dr.$$

3. Izračunajte integral (5 bodova)

$$\int \int \int_V r^3 \sin \vartheta dr d\varphi d\vartheta,$$

ako je V omeđeno sferama $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ i $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

RJEŠENJE:

- 1
- Područje omeđeno kružnicom $x^2 + y^2 = 1$, kardiodom ($r = 2(1 + \cos \varphi)$) i pravcima $x = 0$ i $y = 0$.
- 65π

1. Izračunajte (3 boda)

$$\int_0^1 dx \int_{x^2}^{\frac{1}{1+x^2}} 2x dy.$$

2. Prelaskom na polarne koordinate izračunajte integral (4 boda)

$$\int \int_{\Omega} e^{x^2+y^2} dx dy,$$

ako je Ω lik koji se nalazi u I kvadrantu a omeđen je kružnicama $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 4$ i pravcima $y = x$, $y = \sqrt{3}x$. Skicirajte Ω .

3. U integralu (5 bodova)

$$\int \int \int_V f(x, y, z) dx dy dz,$$

napišite granice, ako je V omeđeno cilindrom $y = x^2$ i ravninama $z = 0$, $z = 1$, $y = 0$ i $x = 1$. Skicirajte područje integracije.

RJEŠENJE:

- $\ln 2 - \frac{1}{2}$
- $\frac{\pi}{24}(e^4 - e)$
- $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} dy \int_0^1 f(x, y, z) dz$

1. Skicirajte područje integracije i zamijenite poredak integracije u integralu (3 boda)

$$\int_0^1 dx \int_{x^3}^x f(x, y) dy.$$

2. Izračunajte volumen tijela omeđenog parabolčnim cilindrom $y = x^2$ i ravninama $y = 1$, $z = 0$, $z = 4$. Skicirajte tijelo. (4 boda)

3. Izračunajte integral (5 bodova)

$$\int \int \int_V \rho d\rho d\varphi dz,$$

ako je V omeđeno plohami $z = 3 - x^2 - y^2$, $x^2 + y^2 = 1$ i $z = 0$. Skicirajte područje integracije.

RJEŠENJE:

1. $\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt[3]{y}} f(x, y) dx$

2. $\frac{16}{3}$

3. $\frac{5\pi}{2}$

1. Skicirajte područje integracije i zamijenite poredak integracije u integralu (3 boda)

$$\int_1^{e^2} dx \int_0^{\ln x} f(x, y) dy$$

2. Izračunajte (4 boda)

$$\int \int_{\Omega} r dr d\varphi$$

ako je Ω lik omeđen kružnicom $x^2 + y^2 = 4x$ i pravcima $y = x$ i $y = \sqrt{3}x$. Skicirajte Ω .

3. Prelaskom na cilindrične koordinate izračunajte integral (5 bodova)

$$\int \int \int_V \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy dz,$$

ako je V omeđeno cilindrom $x^2 + (y - 1)^2 = 1$ i ravninama $z = 0$, $z = 1$. Skicirajte V .

RJEŠENJE:

1. $\int_0^2 dy \int_{ey}^{e^2} f(x, y) dx$

2. $\frac{\pi}{3} + \sqrt{3} - 2$

3. 4

1. Skicirajte područje integracije i odredite granice integrala: (3 boda)

$$\int \int_{\Omega} f(x, y) dx dy,$$

ako je područje integracije Ω omeđeno krivuljama $x = y^2$ i $x = 2 - y^2$.

2. Prelaskom na polarne koordinate izračunajte volumen tijela omeđenog plohama $z = x^2 + y^2$, $x^2 + y^2 = 1$ i ravninom $z = 0$. Skicirajte tijelo. (4 boda)

3. Prelaskom na cilindrične koordinate izračunajte integral (5 bodova)

$$\int \int \int_V x dx dy dz$$

gdje je V omeđen stošcem $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$ i ravninom $z=0$. Skicirajte područje integracije.

RJEŠENJE:

1. $\int_{-1}^1 dy \int_{y^2}^{2-y^2} f(x, y) dx$

2. $\frac{\pi}{2}$

3. 0

1. Skicirajte područje integracije i odredite granice u integralu (3 boda)

$$\int \int_{\Omega} f(x, y) dx dy$$

ako je Ω omeđeno s parabolom $y = -x^2 - x + 2$ i osi x.

2. Izračunajte površinu lika u I i II kvadrantu omeđenog s kardiodom $r = 1 + \cos \varphi$ i osi x. Skicirajte lik. (4 boda)

3. Prelaskom na sferne koordinate izračunajte integral (5 bodova)

$$\int_{-2}^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} dy \int_0^{\sqrt{4-x^2-y^2}} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dz.$$

Skicirajte područje integracije.

RJEŠENJE:

1. $\int_{-2}^1 dx \int_0^{-x^2-x+2} f(x, y) dy$

2. $\frac{3}{4}\pi$

3. 4π