

1. Izračunajte $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 1)$ za funkciju: (3 boda)

$$f(x, y) = x\sqrt{y - x^2}.$$

2. Odredite ono rješenje diferencijalne jednačbe: (4 boda)

$$x(1 + y^2) dx + \sqrt{1 - x^2} dy = 0$$

koje zadovoljava uvjet $y(0) = 0$.

3. Riješite diferencijalnu jednačbu (5 bodova)

$$y'' - y' = -2 \cos x.$$

RJEŠENJE:

1. $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 1) = \frac{1}{2}$
2. $\sqrt{1 - x^2} = \arctg y + 1$
3. $y = C_1 + C_2 e^x + \cos x + \sin x$

1. Riješite Cauchyev problem: (3 boda)

$$xy' + y = 0, \quad y(1) = 3.$$

2. Odredite lokalni ekstrem funkcije $f(x, y) = (x + 1)^2 + y^2 + (x + 1)y$. (4 boda)

3. Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe: (5 bodova)

$$y'' - 2y' + y = x^2 - 4x + 2.$$

RJEŠENJE:

1. $y = \frac{3}{x}$
2. Lokalni minimum u točki $T(-1, 0)$ iznosi $f(-1, 0) = 0$
3. $y = C_1 e^x + C_2 x e^x + x^2$

1. Skicirajte domenu funkcije: (3 boda)

$$f(x, y) = \sqrt{x-1} \arcsin(y-1).$$

i odredite $\frac{\partial f}{\partial x}$.

2. Napišite jednadžbu tangencijalne ravnine na graf funkcije (4 boda)
 $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy$ koja je paralelna ravnini $x + y - z = 0$.

3. Odredite ono rješenje diferencijalne jednadžbe (5 bodova)

$$2xyy' - x^2 - y^2 = 0$$

koje zadovoljava početni uvjet $y(1) = 2$.

RJEŠENJE:

- $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \arcsin(y-1)$
- $3x + 3y - 3z = 1$
- $y^2 = x^2 + 3x$

1. Zadana je funkcija $f(x, y) = (x - y) \Phi((x - y)^2)$. Izračunaj $\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y}$. (3 boda)

2. Ispitajte ekstreme funkcije: (4 boda)

$$f(x, y) = x^2 + 2y^2 - xy + x - 4y.$$

3. Odredite opće rješenje diferencijalne jednadžbe: (5 bodova)

$$y'' - y = 2e^x.$$

RJEŠENJE:

- $\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} = 0$
- Lokalni minimum u točki $T(0, 1)$ iznosi $f(0, 1) = -2$
- $y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + x e^x$

1. Skicirajte domenu funkcije: (3 boda)

$$f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - 6x)$$

i odredite $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 2)$.

2. Odredite koordinate dirališta one tangencijalne ravnine na graf funkcije (4 boda)
 $f(x, y) = x^2 + y^2 + 4y$ koja je okomita na pravac $x = y = z$.

3. Odredite ono rješenje diferencijalne jednačbe: (5 bodova)

$$xy' = y + 3x^2 - 2x$$

koje zadovoljava uvjet $y(1) = 3$.

RJEŠENJE:

1. $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 2) = 1$
2. $D(-\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}, -\frac{7}{2})$
3. $y = 3x^2 - 2x \ln|x|$

1. Napišite jednačbu tangencijalne ravnine na graf funkcije (3 boda)

$$f(x, y) = \arctg(y - x)$$

u točki $T(1, 1, ?)$.

2. Riješite diferencijalnu jednačbu (4 boda)

$$4y'' + 4y' + y = 0$$

uz početne uvjete $y(0) = 2$ i $y'(0) = 0$.

3. Provjerite je li zadana diferencijalna jednačba: (5 bodova)

$$(2x - e^y) dx + (1 - x) e^y dy = 0$$

egzaktna i odredite joj opće rješenje.

RJEŠENJE:

1. $x - y + z = 0$
2. $y = 2e^{-\frac{1}{2}x} + xe^{-\frac{1}{2}x}$
3. $x^2 - xe^y + e^y = C$