## MATEMATIKA II 1.kolokvij 11.4.2007. A

1. Izračunajte $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(1,0)$ za funkciju:

$$f(x,y) = y\sqrt{x - y^2}.$$

2. Odredite opće rješenje diferencijalne jednadžbe:

$$xy' - y^2 \ln x = 0$$

3. Nađite rješenje Cauchyevog problema:

$$y'' + y = 0 \ , \ y(0) = 1 \ , \ y'(0) = 2.$$

**RJEŠENJE:**

1. $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(1,0) = \dfrac{1}{2}$
2. $y = \dfrac{-2}{\ln^2 x + C}$
3. $y = \cos x + 2\sin x$

## MATEMATIKA II 1.kolokvij 11.4.2007. B

1. Nađite rješenje Cauchyevog problema:

$$yy' + x = 0 \ , \ y(1) = 1.$$

2. Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na plohu $z = \mathrm{arctg}\frac{x}{y}$ u točki $T(0, 1, .)$.
3. Nađite rješenje diferencijalne jednadžbe:

$$y'' - 2y' + y = 2x - 9.$$

**RJEŠENJE:**

1. $x^2 + y^2 = 2$
2. $x - z = 0$
3. $y = C_1 e^x + C_2 x e^x + 2x - 5$

## MATEMATIKA II 1.kolokvij 11.4.2007. C

1. Odredite i skicirajte domenu funkcije:
$$f(x,y) = x \arcsin(3-y).$$

2. Ispitajte ekstreme funkcije:
$$f(x,y) = x^2 + 2y^2 - 4xy + 2x + 7.$$

3. Odredite ono rješenje diferencijalne jednadžbe
$$y' + y = e^x.$$
koje zadovoljava početni uvjet $y(0) = 2$

**RJEŠENJE:**

1. $\mathcal{D}_f = \{(x,y) \in \mathcal{R}^2 \; ; y \in [2,4]\}$
2. U stacionarnoj točki $T(1,1)$ funkcija nema lokalni ekstrem.
3. $y = \dfrac{e^x + 3e^{-x}}{2}$

## MATEMATIKA II 1.kolokvij 11.4.2007. D

1. Odredite i skicirajte domenu funkcije:
$$f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 2x}.$$

2. Ispitajte ekstreme funkcije:
$$f(x,y) = -x^2 - 2y^2 + xy + x + 3y.$$

3. Nađite rješenje diferencijalne jednadžbe:
$$y'' - y = e^x.$$

**RJEŠENJE:**

1. $\mathcal{D}_f = \{(x,y) \in \mathcal{R}^2; \; (x-1)^2 + y^2 \geq 1\}.$
2. U stacionarnoj točki $T(1,1)$ funkcija ima lokalni maksimum, $f(1,1) = 2$.
3. $y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + \dfrac{xe^x}{2}$

## MATEMATIKA II 1.kolokvij 11.4.2007. E

1. Odredite i skicirajte domenu funkcije:
$$f(x,y) = \ln(x^2 + y^2 - 4y).$$
2. Napišite jednadžbu tangencijalne ravnine na graf funkcije $f(x,y) = 4 - x^2 - y^2$ koja je okomita na pravac $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{4} = z$.
3. Odredite ono rješenje diferencijalne jednadžbe: $\mathrm{tg}x \sin^2 y \, \mathrm{d}x + \cos^2 x \, \mathrm{ctg}y \, \mathrm{d}y = 0$ koje zadovoljava uvjet $y(\frac{\pi}{4}) = \frac{\pi}{4}$.

**RJEŠENJE:**

1. $\mathcal{D}_f = \{(x,y) \in \mathcal{R}^2;\, x^2 + (y-2)^2 > 2\}$.
2. $2x + 4y + z - 9 = 0$
3. $\mathrm{ctg}^2 y - \mathrm{tg}^2 x = 0$

## MATEMATIKA II 1.kolokvij 11.4.2007. F

1. Zadana je funkcija $f(x,y) = (x+y)\,\Phi(x+y)$. Izračunaj $\dfrac{\partial f}{\partial x}$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}$ i $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$.
2. Odredite lokalne ekstreme funkcije $f(x,y) = x^2 + y^2 + xy$.
3. Odredite ono rješenje diferencijalne jednadžbe $xy^{'} = x + 2y$ koje zadovoljava uvjet $y(2) = 6$.

**RJEŠENJE:**

1. $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{\partial f}{\partial y} = \Phi(x+y) + (x+y)\,\Phi^{'}(x+y)$,

   $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 2\Phi^{'}(x+y) + (x+y)\,\Phi^{''}(x+y)$
2. U stacionarnoj točki $T(0,0)$ funkcija ima lokalni minimum, $f(0,0) = 0$.
3. $y = 2x^2 - x$