MATEMATIKA II 3.kolokvij 11.6.2007. A

1. Dano je vektorsko polje $\vec{a}(x,y,z) = z\,\vec{i} + z\,\vec{j} + (x+y)\,\vec{k}$.
   Pokažite da je polje potencijalno i odredite njegov potencijal $f(x,y,z)$.

2. Pomoću Greenove formule izračunajte $\int_{\widehat{\Gamma}} (x+y)^2 dx + (x-y)^2 dy$ gdje je $\vec{\Gamma}$ pozitivno orjentirana zatvorena krivulja sastavljena od sinusoide $f(x) = \sin x$ i dijela osi x za $0 \leq x \leq \pi$.

3. Izračunajte $\int\int_{\Sigma} dS$, ako je Σ dio paraboloida $z = x^2 + y^2$ u I oktantu
   omeđen koordinatnim ravninama i ravninom $z = 2$. Skicirajte Σ.

RJEŠENJE:

(a) $f(x,y,z) = xz + yz + C$

(b) $\int_{\widehat{\Gamma}} (x+y)^2 dx + (x-y)^2 dy = -\pi$

(c) $\int\int_{\Sigma} dS = \dfrac{13\pi}{12}$

MATEMATIKA II 3.kolokvij 11.6.2007. B

1. Zadano je skalarno polje $f(x,y,z) = 3x^2 - 4yz$, vektor $\vec{s} = \frac{1}{3}\,\vec{i} - \frac{2}{3}\,\vec{j} + \frac{2}{3}\,\vec{k}$
   i točka $T(3,-2,1)$. Odredite usmjerenu derivaciju skalarnog polja $f(x,y,z)$
   u smjeru vektora $\vec{s}$ u točki T.

2. Izračunajte $\int_{\Gamma} x\,ds$ gdje je Γ dio presječne krivulje paraboličnog cilindra $y = 1 - x^2$
   i ravnine $z = 3$ od točke $A(0,1,3)$ do $B(1,0,3)$. Skicirajte.

3. Pomoću teorema o divergenciji izračunajte tok vektorskog polja
   $\vec{a} = z^2\vec{i} - y^2\vec{j} + x^2\vec{k}$ kroz zatvorenu plohu koju čine plohe $x^2 + y^2 = 4,\ z = 0\, i\, z = 3$
   orijentiranu u smjeru vanjskih normala. Skicirajte plohu.

RJEŠENJE:

1. $(\dfrac{\partial f}{\partial \vec{s}})_T = 14$

2. $\int_{\Gamma} x\,ds = \dfrac{5\sqrt{5} - 1}{12}$

3. $\int\int_{\widehat{\Sigma}} \vec{a}\,d\vec{S} = 0$