

1. Izračunajte

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_x^{3x} \cos(y-x) dy.$$

2. Rekonstruirajte i skicirajte područje integracije u integralu

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2(1+\sin\varphi)} f(r, \varphi) r dr.$$

3. Izračunajte integral

$$\int \int \int_V r^2 \sin \vartheta dr d\varphi d\vartheta,$$

ako je V omeđeno sferama $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ i $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

RJEŠENJE:

1. 1

2. lik omeđen kardioidom $r = 2(1 + \sin \varphi)$

3. $\frac{28\pi}{3}$

1. Izračunajte $\int_{-1}^1 dx \int_{x^2}^{\frac{2}{1+x^2}} x dy.$

2. Prelaskom na polarne koordinate izračunajte integral

$$\int \int_{\Omega} e^{x^2+y^2-4} dx dy,$$

ako je Ω lik koji se nalazi u I i II kvadrantu a omeđen je kružnicama $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 4$ i pravcima $y = x$, $y = -x$.

3. U integralu

$$\int \int \int_V f(x, y, z) dx dy dz,$$

napišite granice, ako je V omeđeno cilindrom $y = 4 - x^2$ i ravninama $z = 0$, $z = 1$, $y = 0$.

RJEŠENJE:

1. 0

2. $I = \frac{\pi}{4}(1 - \frac{1}{e^3})$

3. $\int_{-2}^2 dx \int_0^{4-x^2} dy \int_0^1 f(x, y, z) dz.$

1. Skicirajte područje integracije i zamijenite poredak integracije u integralu

$$\int_0^1 dx \int_1^{e^x} f(x, y) dy$$

2. Izračunajte volumen tijela omeđenog paraboličnim cilindrom $y = x^2$ i ravninama $y = 1$, $z = 0$, $z = 4$.
3. Izračunajte integral $\int \int \int_V \rho^2 d\rho d\varphi dz$, ako je V omeđeno plohama $z = x^2 + y^2$ i $z = 1$.

RJEŠENJE:

1. $\int_1^e dy \int_{\ln y}^1 f(x, y) dx$

2. $\frac{16}{3}$

3. $\frac{4\pi}{15}$

1. Skicirajte područje integracije i zamijenite poredak integracije u integralu

$$\int_0^1 dx \int_{x^2}^x f(x, y) dy$$

2. Izračunajte volumen tijela omeđenog plohama $z = 12 - x^2 - y^2$ i $z = 3$.
3. Prelaskom na cilindrične koordinate izračunajte integral

$$\int \int \int_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz,$$

ako je V omeđeno cilindrom $x^2 + (y - 1)^2 = 1$ i plohama $z = 0$, $z = 3$.

RJEŠENJE:

1. $\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$

2. $\frac{81\pi}{2}$

3. $\frac{32}{3}$