

MATEMATIKA II 2.kolokvij 16.5.2007. A

1. Skicirajte područje integracije i odredite granice integrala:

$$\int \int_{\Omega} f(x, y) dx dy,$$

ako je područje integracije Ω omeđeno krivuljama $x = 1$ i $x = 2 - y^2$.

2. Prelaskom na polarne koordinate izračunajte:

$$\int \int_{\Omega} e^{4-x^2-y^2} dx dy,$$

gdje je Ω lik omeđen kružnicom $x^2 + y^2 = 4$ i koordinatnim osima u I kvadrantu.

3. Izračunajte prelaskom na cilindrične koordinate:

$$\int \int \int_V x dx dy dz,$$

gdje je V u I oktantu omeđen cilindrom $x^2 + y^2 = 4$ i ravninama $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ i $z = 3$.

RJEŠENJE:

1. $\int_{-1}^1 dy \int_1^{2-y^2} f(x, y) dx.$

2. $\frac{\pi(e^4 - 1)}{4}$

3. 8

MATEMATIKA II 2.kolokvij 16.5.2007. B

1. Izračunajte:

$$\int_1^2 dx \int_{x^2}^{8-x^2} \frac{y}{x^2} dy.$$

2. Izračunajte volumen tijela omeđenog plohama $z = 2xy$ i $x^2 + y^2 = 4$ u I oktantu.

3. Skicirajte područje integracije i napišite u sfernim koordinatama integral:

$$\int_{-1}^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_{-\sqrt{1-x^2-y^2}}^{\sqrt{1-x^2-y^2}} f(x, y, z) dz.$$

RJEŠENJE:

1. 8

2. 4

3. $\int_0^\pi d\theta \int_0^\pi d\phi \int_0^1 f(r \cos \phi \sin \theta, r \sin \phi \sin \theta, r \cos \theta) r^2 \sin \theta dr.$

MATEMATIKA II 2.kolokvij 16.5.2007. C

1. Skicirajte područje integracije i zamijenite poredak integriranja u integralu:

$$\int_0^3 dy \int_{y^2}^{3y} f(x, y) dx.$$

2. Izračunajte:

$$\int_0^\pi d\phi \int_1^3 (2r - r^2 \sin \phi) dr.$$

3. Izračunajte:

$$\int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^{x+y} xyz dz.$$

RJEŠENJE:

1. $\int_0^9 dx \int_{\frac{x}{3}}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy.$

2. $\frac{24\pi - 52}{3}$

3. $\frac{1}{6}$

MATEMATIKA II 2.kolokvij 16.5.2007. D

1. Skicirajte područje integracije i odredite granice integrala:

$$\int \int_D f(x, y) dx dy,$$

ako je područje integracije D omeđeno krivuljama $y = 0$, $x = 0$, $y = 1$ i $y = \ln x$.

2. Izračunaj površinu lika omeđenog kružnicom $r = 2\cos\phi$ ($x^2 + y^2 = 2x$) i pravcima $y = 0$ i $y = x$.

3. Izračunajte

$$\int \int \int_V z dx dy dz,$$

gdje je V omeđen cilindrom $x^2 + y^2 = 4$, stošcem $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ i ravninom $z = 0$.

RJEŠENJE:

1. $\int_0^1 dy \int_0^{e^y} f(x, y) dx.$

2. $\frac{\pi + 2}{4}$

3. 4π

1. (3 boda) Izračunajte:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_0^{\cos x} (5 + y) dy.$$

2. (4 boda) Izračunajte volumen tijela omeđenog plohama $z = 9 - x^2 - y^2$ i $z = 5$.

3. (5 bodova) Skicirajte područje integracije i napišite u cilindričnim koordinatama integral

$$\int \int \int_V \frac{y}{x} dx dy dz$$

gdje je V omeđen stošcem $z = 3 - \sqrt{x^2 + y^2}$ i ravninom $z=0$.

RJEŠENJE:

1. $\frac{40 + \pi}{8}$

2. 8π

3. $\int_0^{2\pi} \operatorname{tg} \phi d\phi \int_0^3 r dr \int_0^{3-r} dz$

1. Skicirajte područje integracije i odredite granice u integralu

$$\int \int_{\Omega} f(x, y) dx dy$$

ako je Ω omeđeno parabolom $y = x^2 - 4x + 4$ i koordinatnim osima.

2. Izračunajte površinu lika u I kvadrantu omeđenog kardiodom $r = 3(1 + \cos \phi)$ i koordinatnim osima. Skicirajte lik.

3. Izračunajte:

$$\int \int \int_V z dx dy dz,$$

gdje je V prizma u I oktantu omeđena koordinatnim ravninama i ravninama $z = 1$ i $x + y = 1$.

RJEŠENJE:

1. $\int_0^2 dx \int_0^{x^2-4x+4} f(x, y) dy$

2. $\frac{9(3\pi + 4)}{8}$

3. $\frac{1}{4}$