1. Skicirajte područje integracije D i odredite granice integrala (3 boda)

$$\int\int_D f(x,y)dxdy,$$

ako je D omeđeno krivuljama

$$y = \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot x^2, y = \sqrt{x}.$$

2. Izračunajte površinu lika omeđenog pravcima (4 boda)

$$y = 0, y = x$$

te kružnicom

$$(x-1)^2 + y^2 = 1.$$

3. Prelaskom na cilindrične koordinate izračunajte (5 bodova)

$$\int\int\int_V (x^2+y^2)dxdydz$$

gdje je V omeđeno plohom $2z = x^2 + y^2$ i ravninom $z = 2$.

RJEŠENJE:

1.

$$\int_0^2 dx \int_{\frac{1}{2\sqrt{2}}x^2}^{\sqrt{x}} f(x,y)dy$$

ili

$$\int_0^{\sqrt{2}} dy \int_{y^2}^{\sqrt{2\sqrt{2}y}} f(x,y)dx$$

2. $\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{1}{2}$

3. $\dfrac{16\pi}{3}$

MATEMATIKA II **2.kolokvij** **16.5.2007.** II

1. Skicirajte područje integracije i zamijenite poredak integracije (3 boda) u integralu

$$\int_o^1 dx \int_{x^3}^{x^2} f(x,y)dy.$$

2. Prelaskom na polarne koordinate izračunajte integral (4 boda)

$$\int\int_D \sqrt{x^2+y^2}dxdy$$

ako je D područje omeđeno krivuljom
$y=\sqrt{4-x^2}$ i pravcima $y=0, x=0$ u prvom kvadrantu.

3. Prelaskom na sferne koordinate izračunajte (5 bodova)

$$\int_o^1 dx \int_o^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_o^{\sqrt{1-x^2-y^2}} \sqrt{x^2+y^2+z^2}dz.$$

RJEŠENJE:

1. $$\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{\sqrt[3]{y}} f(x,y)dx$$

2. $\dfrac{4\pi}{3}$

3. $\dfrac{\pi}{8}$

MATEMATIKA II **2.kolokvij** **16.5.2007.** III

1. Izračunajte (3 boda)

$$\int_1^e dx \int_o^{lnx} xdy.$$

2. Skicirajte područje integracije i napišite u kartezijevim (4 boda) koordinatama granice integrala

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_o^{\cos\varphi} r\cdot f(r,\varphi)dr.$$

3. Izračunajte (5 bodova)

$$\int\int\int_V xyz\,dx\,dy\,dz$$

gdje je V omeđeno ravninama $x = 0, y = 0, z = 0$
i plohom $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ u prvom oktantu.

RJEŠENJE:

1. $\dfrac{e^2}{4} + \dfrac{1}{4}$

2.

$$\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{\frac{1}{4}-(x-\frac{1}{2})^2}}^{\sqrt{\frac{1}{4}-(x-\frac{1}{2})^2}} f(x,y)dy$$

ili

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} dy \int_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{1-4y^2}}^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{1-4y^2}} f(x,y)dx$$

3. $\dfrac{1}{48}$

MATEMATIKA II **2.kolokvij** **16.5.2007.** IV

1. Skicirajte područje integracije D i odredite granice integrala (3 boda)

$$\int\int_D f(x,y)dxdy,$$

ako je D omeđeno pravcima

$$y = x, y = 2x, x = 2.$$

2. Izračunajte volumen tijela omeđenog ravninama (4 boda)
$z = 0, y + z = 2$ i cilindrom $y = x^2$.

3. Prelaskom na cilindrične koordinate izračunajte (5 bodova)

$$\int\int\int_V dx\,dy\,dz$$

gdje je V omeđeno paraboloidom $z = 3 - x^2 - y^2$ i ravninom $z = 0$.

RJEŠENJE:

1.
$$\int_0^2 dx \int_x^{2x} f(x,y)dy$$

ili

$$\int_0^2 dy \int_{\frac{y}{2}}^{y} f(x,y)dx + \int_2^4 dy \int_{\frac{y}{2}}^{2} f(x,y)dx$$

2. $\dfrac{32\sqrt{2}}{15}$

3. $\dfrac{9\pi}{2}$

MATEMATIKA II **2.kolokvij** **16.5.2007.** V

1. Skicirajte područje integracije i zamijenite poredak integracije u integralu (3 boda)
$$\int_1^e dx \int_{lnx}^{1} f(x,y)dy.$$
2. Prelaskom na polarne koordinate izračunajte (4 boda)
$$\int\int_D \sin\sqrt{x^2+y^2}dxdy$$
gdje je D omeđeno krivuljama $x^2+y^2=\pi^2, x^2+y^2=4\pi^2$.
3. Prelaskom na cilindrične koordinate izračunajte (5 bodova)
$$\int\int\int_V z dx\, dy\, dz$$
gdje je V omeđeno cilindrom $(x-1)^2+y^2=1$
i ravninama $z=0, z=2$.

RJEŠENJE:

1.
$$\int_0^1 dy \int_1^{e^y} f(x,y)dx$$

2. $-6\pi^2$

3. 2π

MATEMATIKA II **2.kolokvij** **16.5.2007.** VI

1. Izračunajte (3 boda)

$$\int_1^2 dy \int_1^{\frac{2}{y}} xy dx.$$

2. Izračunajte volumen tijela omeđenog plohom (4 boda)

$$z = x^2 + y^2$$

i ravninama

$$x = 0, y = 0, z = 0, x + y = 1.$$

3. Skicirajte područje integracije u integralu (5 bodova)

$$\int_o^\pi d\varphi \int_o^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_o^2 r^2 \sin\theta \cdot f(r, \varphi, \theta) dr$$

i napišite zadani integral u kartezijevim koordinatama.

RJEŠENJE:

1. $2ln2 - \dfrac{3}{4}$
2. $\dfrac{1}{6}$
3.

$$\int_{-2}^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} dy \int_0^{\sqrt{4-x^2-y^2}} f(x, y, z) dz$$