MATEMATIKA II **18.6.2008.**

1. Zadana je funkcija $f(x,y) = 3\,ln\dfrac{x}{6} + 2\,lny + ln(12 - x - y)$

   a) odredite ordinatu točke $T(6,?)$ tako da T bude stacionarna točka

   b) ispitajte postoji li lokalni ekstrem u točki T

   c) ako postoji, odredite je li maksimum ili minimum i izračunajte vrijednost funkcije u toj točki.

2. Riješite diferencijalnu jednadbu $y'' + 2y' + 2y = 2x^3 + 6x^2 + 6x$.

3. Izračunajte $\displaystyle\int\!\!\int_D xdxdy$ gdje je D područje u R^2 omeđeno krivuljom $y = lnx$ i pravcima $x + y = 1$, $x = 2$.

4. Nađite volumen tijela omeđenog paraboličnim cilindrom $y = x^2$ i ravninama $x = 0$, $z = 0$, $x + y + z = 2$. Skicirajte tijelo.

5. Izračunajte $\displaystyle\int_{\widehat{\Gamma}} xdx + ydy + (z^2 - xy)dz$

   a) po cilindričnoj spirali $x = \cos t, y = \sin t, z = \frac{6}{\pi}t$ od točke $A(1,0,0)$ do točke $B(0,1,3)$.

   b) po dijelu pravca koji spaja točke A i B orijentiranom od A prema B.

6. Izračunajte $\displaystyle\int\!\!\int_\Sigma \frac{3}{\sqrt{1+2z}}\,dS$, gdje je Σ dio plohe $2z = x^2 + y^2$ koji se nalazi ispod ravnine $z = x$. Skicirajte projekciju plohe na ravninu z=0.

RJEŠENJA

1. a) $T(6,4)$; b) $\dfrac{\partial^2 f(T)}{\partial x^2}\cdot\dfrac{\partial^2 f(T)}{\partial y^2} - \left(\dfrac{\partial^2 f(T)}{\partial x \partial y}\right)^2 = AC - B^2 = \dfrac{1}{16} > 0 \Rightarrow$ postoji ekstrem u $T(6,4)$;

   c) $A = -\dfrac{1}{3} < 0 \Rightarrow$ maksimum u $T(6,4)$ iznosi $f(6,4) = 5\ln 2$.

2. $y = y_h + y_p = C_1 e^{-x}\cos x + C_2 e^{-x}\sin x + x^3$.

3. $2\ln 2 + \dfrac{1}{12}$.

4. $\dfrac{17}{20}$

5. a) $9 - \dfrac{3}{\pi}$; b) $\dfrac{17}{2}$.

6. 3π.