

MATEMATIKA II 9.7.2008.

1. (a) Odredite i skicirajte domenu funkcije $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 4} + \sqrt{xy}$
 (b) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine u točki $T(2, 2, 4)$.
2. Snižavanjem reda riješite diferencijalnu jednadžbu $(e^x + 1)y'' + e^x y' = 0$.
3. Izračunajte površinu onog lika omeđenog krivuljama $r = 4(1 + \cos\phi)$ i $r = 6$ koji se nalazi unutar a izvan druge krivulje. Skicirajte.
4. Izračunajte

$$\int \int \int_V \frac{x}{\sqrt{z}} \, dx dy dz$$
 gdje je V omeđen paraboličnim cilindrom $z = 1 - x^2$ i ravninama $z = 0$, $y = 0$ i $y = 4$. Skicirajte.
5. Izračunajte $\int_{\widehat{\Gamma}} \vec{a} d\vec{r}$ ako je $\vec{a} = \frac{1}{z} \vec{i} + (x + y) \vec{k}$, a $\widehat{\Gamma}$ je dio presječne krivulje paraboloida $z = 2 + x^2 + y^2$ i ravnine $x - y = 0$ orijentiran od točke $A(0, 0, 2)$ prema $B(, , 4)$. Skicirajte.
6. Izračunajte $\int \int_{\Sigma} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \, dS$, gdje je Σ dio plašta stošca $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ u I oktantu omeđen ravninama $y = x$, $z = 1$ i $x = 0$. Skicirajte.

RJEŠENJA

1. a) $D(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \cdot y \geq 0, x^2 + y^2 \geq 4\};$
 b) $3x + 3y - 2z = 4$.
2. $y = C_1(x - \ln(e^x + 1) + C_2)$.
3. $36\sqrt{3} - \frac{4\pi}{3}$.
4. 0.
5. $\frac{\pi}{8} + \frac{8}{3}$.
6. $\frac{\pi}{6}$.