MATEMATIKA II 11.06.2007.

1. Na krivulji $4x^2 + 9y^2 = 36$ odredite točke koje su najbliže točki T(1,0). Kolika je ta udaljenost?

2. Odredite ono rješenje diferencijalne jednadžbe
$$y' + \frac{1}{x}y = \frac{arctgx}{x}$$
koje zadovoljava uvjet $y(1) = \frac{\pi}{4}$.

3. Pomoću dvostrukog integrala u polarnim koordinatama izračunajte volumen tijela omeđenog cilindrima $x^2 + y^2 = x,\ x^2 + y^2 = 2x$ i ravninama $z = 0$ i $z = y$

4. Izračunajte
$$\int_{\overset{\frown}{\Gamma}} \vec{a} d\vec{r}$$
gdje je $\vec{a} = -yz\vec{\imath} + xz\vec{\jmath} + xy\vec{k}$, a $\overset{\frown}{\Gamma}$ orjentirani luk helikoidne spirale $x = 2\cos t$, $y = 2\sin t$, $z = 4t$ od točke $A(\sqrt{2}, \sqrt{2}, \pi)$ do točke $B(-2, 0, 4\pi)$.

5. Izračunajte $\displaystyle\int\int_{\Sigma} zdS$, ako je Σ dio ravnine $y + z = 2$ izrezan cilindrom $x^2 + y^2 = 1$.

Rješenja:

1. $T_1(\frac{9}{5}, \frac{8}{5})$, $T_2(\frac{9}{5}, \frac{-8}{5})$ a udaljenost je $\frac{4\sqrt{5}}{5}$.
2. $y = \mathrm{arctg}x + \dfrac{1}{2x} \ln \dfrac{2}{1 + x^2}$
3. $\dfrac{7}{12}$
4. $\dfrac{15\pi^2 - 16}{2}$
5. $2\pi\sqrt{2}$