

MATEMATIKA 2

19.6.2006.

1. a) Odredite i skicirajte domenu funkcije $f(x, y) = \sqrt{1-x^2-y} \ln(x+y)$.

b) Izračunajte $\frac{\partial f}{\partial x}\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

2. Riješite diferencijalnu jednačinu $y'' - 2y' + y = e^x + \sin x$.

3. Izračunajte površinu lika omeđenog kružnicama $x^2 + y^2 = y$, $x^2 + y^2 = 2y$ i pravcima $y = x$ i $y = \sqrt{3}x$.

4. Provjerite da je vektorsko polje $\vec{a} = \left(\frac{y}{z} + \frac{y}{x^2}\right)\vec{i} + \left(1 - \frac{1}{x} + \frac{x}{z}\right)\vec{j} - \frac{xy}{z^2}\vec{k}$ potencijalno te izračunajte krivoljni integral $\int_{(1,1,1)}^{(2,1,1)} \left(\frac{y}{z} + \frac{y}{x^2}\right)dx + \left(1 - \frac{1}{x} + \frac{x}{z}\right)dy - \frac{xy}{z^2}dz$.

5. Izračunajte tok vektorskog polja $\vec{a} = xz^2\vec{i} - 3z\vec{j} + z^3\vec{k}$ kroz sferu $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$.

Rješenja: 1. a) $Df = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq 1-x^2, y > -x\}$. b) $\frac{1}{2}$.

2. $y = c_1 e^x + c_2 x e^x + \frac{1}{2} x^2 e^x + \frac{1}{2} \cos x$.

3. $\frac{\pi + 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2}}{16}$.

4. $\frac{3}{2}$.

5. $\frac{16R^5\pi}{15}$.