MATEMATIKA II 2.7.2007.

1. Nađite tangencijalne ravnine na plohu $z = \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4}$ koje prolaze točkom $T(1,1,0)$ a okomite su na ravninu $x + y + z - 7 = 0$.

2. Riješite diferencijalnu jednadžbu

   $y'' + y = xe^x$ uz uvjete $y(0) = 1, y'(0) = 0$.

3. Izračunajte $\displaystyle\int\int_D \frac{x^2 dx\, dy}{(x^2+y^2)^3}$ gdje je D

   područje omeđeno krivuljama $x^2 + y^2 - y = 0$,

   $x^2 + y^2 - 2y = 0$ i pravcima $x = 0, y = x$. Skicirajte D.

4. Koristeći Greenovu formulu izračunajte

   $\oint_{\vec{\Gamma}} (e^x sin\, y - y^2 + x)dx + e^x cos\, y\, dy$ gdje je $\vec{\Gamma}$

   zatvorena pozitivno orjentirana krivulja koju čine polukružnica

   $x^2 + y^2 = 4x, (y \geq 0)$ i os x. Skicirajte $\vec{\Gamma}$.

5. Izračunajte $\displaystyle\int\int_{\vec{\Sigma}} \vec{a} d\vec{S}$ gdje je

   $\vec{a} = (z - x^2)\vec{j} + \sqrt{4-z}\,\vec{k}$ a $\vec{\Sigma} = \left\{(x,y,z) \in R^3; z = x^2 + y^2, 0 \leq z \leq 4\right\}$

   orjentirana tako da vektor normale zatvara tupi kut s vektorom $\vec{k}$.

   Skicirajte $\vec{\Sigma}$.

RJEŠENJA

1. $y - z - 1 = 0, 4x - y - 3z - 3 = 0$
2. $y = \dfrac{3}{2}cosx + (\dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{2})e^x$
3. $\dfrac{3}{8}(1 - \dfrac{\pi}{4})$
4. $\frac{32}{3}$
5. $-\dfrac{16\pi}{3}$.