MATEMATIKA 2

4.9.2006.

1. Odredite maksimum funkcije $f(x,y)=11-12x+16y,$ uz uvjet $x^2+y^2=1.$

2. Riješite diferencijalnu jednadžbu $\left(\ln y-5y^2\sin 5x\right)dx+\left(\frac{x}{y}+2y\cos 5x\right)dy=0,$ uz uvjet $y(0)=e.$

3. Izračunajte $\iiint\limits_V\left(x^2+y^2+z\right)dxdydz,$ ako je V područje u prvom oktantu omeđeno plohama $x^2+y^2=1,$ $z=x^2+y^2,$ te koordinatnim ravninama. Skicirajte $V.$

4. Izračunajte $\int\limits_\Gamma \vec{a}\,d\vec{r},$ ako je Γ krivulja presječnica ploha $y=x, z=1-x^2-y^2$ u prvom oktantu orijentirana od točke $A(0,0,1)$ do točke $B\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2},0\right),$ a $\vec{a}=\cos(x+y)\vec{i}+arctgx\,\vec{j}+z\vec{k}.$

5. Izračunajte $\iint\limits_\Sigma \vec{a}\,d\vec{S},$ ako je Σ dio ravnine $y+z=1$ u prvom oktantu, omeđen s ravninama $x=0$ i $x=2,$ orijentiran normalom koja zatvara oštar kut s vektorom $\vec{k},$ a $\vec{a}=\cos\left(\ln(xy+1)\right)\vec{i}+\frac{y+2}{y^2+1}\vec{j}+xz\vec{k}.$

Rješenja:

1. $31.$
2. $x\ln y+y^2\cos 5x=e^2.$
3. $\frac{\pi}{8}.$
4. $\frac{1}{2}\sin\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}arctg\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}-\frac{1}{2}.$
5. $\ln 2+\pi+1.$

MATEMATIKA 2

4.9.2006.

1. Odredite minimum funkcije $f(x,y)=8+5x-12y,$ uz uvjet $x^2+y^2=4.$

2. Riješite diferencijalnu jednadžbu $xy'=y+y\ln\frac{y}{x},$ uz uvjet $y(1)=e.$

3. Izračunajte $\iiint\limits_V (x+z)\,dxdydz,$ ako je V područje u prvom oktantu omeđeno plohama $x^2+y^2=2$, $z=2-x^2-y^2,$ te koordinatnim ravninama. Skicirajte V.

4. Izračunajte $\int\limits_\Gamma \vec{a}\,d\vec{r},$ ako je Γ krivulja presječnica ploha $y=x, z=x^2+y^2$ u prvom oktantu orijentirana od točke $A(0,0,0)$ do točke $B(1,1,2),$ a $\vec{a}=\sin(x+y)\vec{i}-z\vec{j}+\frac{\cos x}{4}\vec{k}.$

5. Izračunajte $\iint\limits_\Sigma \vec{a}\,d\vec{S},$ ako je Σ dio ravnine $x+z=1$ u prvom oktantu, omeđen s ravninama $y=1$ i $y=3,$ orijentiran normalom koja zatvara oštar kut s vektorom $\vec{k},$ a $\vec{a}=\frac{x^2+2x}{x^2+1}\vec{i}-\sin(\ln(x+y))\vec{j}+z\vec{k}.$

Rješenja:

1. $-18.$
2. $y=xe^x.$
3. $\frac{\pi}{3}+\frac{8\sqrt{2}}{15}.$
4. $\sin 1+\cos 1-\frac{1}{2}\cos 2-\frac{7}{6}.$
5. $3+2\ln 2-\frac{\pi}{2}.$