

MATEMATIKA I, 1. kolokvij

1. a) Zadan je trokut s vrhovima $A(1, 2, 3)$, $B(-2, -1, 3)$ i $C(0, 0, 0)$. Odredite duljinu visine iz vrha A .
b) Odredite jednadžbu ravnine koja sadrži točke $A(1, 1, 1)$ i $B(-2, 0, 3)$ te koja je okomita na ravninu $3x + y + z = 0$.
2. a) Riješite matričnu jednadžbu $Ax = B$, ako su zadane $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ i $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$.
b) Odredite svojstvene vrijednosti matrice $\begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & -2 & 6 \\ 2 & -2 & 6 \end{bmatrix}$.
3. a) Zadan je red $\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{5}{7}\right)^{\frac{2}{2}} + \left(\frac{7}{10}\right)^{\frac{3}{2}} + \dots$. Napišite opći član reda te pomoću Cauchyjevog kriterija ispitajte konvergenciju reda.
b) Izračunajte $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \ln x}{e^x + x}$.
4. a) Zadana je funkcija $f(x) = \arcsin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$. Odredite prvu derivaciju.
b) Zadana je funkcija $f(x) = \frac{2e^x - x}{e^x}$. Odredite ekstreme te intervale rasta i pada funkcije.
5. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{x^3 - 5x + 2}{x^2 - 4}$. Odredite sve asimptote.