

1. Odredite sve primitivne funkcije od  $f(x) = \frac{x^2}{x^6 + 1}$ .
2. Odredite sve primitivne funkcije od  $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 1}}$ .
3. Izračunajte  $\int \frac{x dx}{\sin^2(x^2 + 1)} dx$ .
4. Izračunajte:  $\int \sqrt{2 \sin x - 1} \cos x dx$ .
5. Izračunajte:  
$$\int \frac{e^x}{e^{2x} - 2e^x + 1} dx.$$
6. Izračunajte:  $\int \cos^2 x \sin^3 x dx$ .
7. Izračunajte  $\int \frac{e^x \sqrt{e^x - 1}}{e^x + 3} dx$ .
8. Izračunajte  $\int \frac{\sqrt{x} + 1}{x - 1} dx$ .
9. Izračunajte  $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$ .
10. Izračunajte:  $\int (x^2 - 3x) \sin x dx$ .
11. Izračunajte:  $\int (x^2 + 1) \ln x^2 dx$ .
12. Izračunajte  $\int (x^2 + 3x - 1)e^x dx$ .
13. Izračunajte  $\int \cos \sqrt{2x} dx$ .
14. Izračunajte  $\int \frac{\ln \sqrt{x+3}}{\sqrt{x+3}} dx$ .
15. Izračunajte:  $\int e^{\sqrt{2x+1}} dx$ .
16. Izračunajte  $\int \frac{(\sqrt{x} + 1) \sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ .
17. Izračunajte  $\int \frac{-x - 10}{x^2 - x - 2} dx$ .
18. Izračunajte  $\int \frac{x^2 - 2x + 4}{x^3 + 4x} dx$ .
19. Izračunajte  $\int \frac{dx}{x(x-1)^2}$ .
20. Izračunajte:  $\int \frac{e^x}{e^{2x} - 4e^x + 3} dx$ .
21. Izračunajte  $\int \frac{\cos x}{\sin^2 x + 2 \sin x - 3} dx$ .
22. Izračunajte  $\int_0^1 \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$ .
23. Izračunajte  $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \frac{dx}{3 + 4x^2}$ .

24. Izračunajte  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\cos^2 x (1 + \operatorname{tg} x)^2}$ .

25. Izračunajte  $\int_1^2 x(\ln x + 1) dx$ .

26. Izračunajte  $\int_1^e \frac{\sin(\ln x) dx}{x}$ .

27. Izračunajte  $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} dx$ .

28. Izračunajte:

$$\int_0^{\pi} e^x \sin x dx.$$

29. Izračunajte:

$$\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx.$$

30. Izračunajte:

$$\int_0^1 x^2 e^{2x} dx.$$

31. Izračunajte površinu lika iz prvog kvadranta omeđenog krivuljama  $y = x^2 - 2x + 2$ ,  $2x + y - 6 = 0$  i koordinatnim osima.

32. Odredite površinu lika omeđenog krivuljama  $y = x^2$ ,  $y = 2 - x^2$ ,  $x = 2$ . Skicirajte taj lik.

33. Odredite površinu lika u prvom kvadrantu omeđenog krivuljama  $y = 2x$ ,  $y = -x^2 + x + 2$  i s osi  $y$ . Skicirajte taj lik.

34. Odredite površinu lika u prvom kvadrantu omeđenog krivuljama  $y = e^{1-x}$ ,  $y = x^2$  i s osi  $y$ . Skicirajte taj lik.

35. Odredite površinu lika omeđenog krivuljom  $y = -x^2 + 4$  i pravcem  $y = x - 2$ .

36. Odredite površinu lika omeđenog grafovima funkcija  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  i  $g(x) = \frac{x^2}{2}$ . Skicirajte taj lik.

37. Odredite površinu lika omeđenog krivuljama  $y = x^2$ ,  $y = \frac{x^2}{2}$  i  $y = 2x$ . Skicirajte taj lik.

38. Odredite površinu lika omeđenog krivuljama  $y = \frac{-1}{2}x + 2$ ,  $y = \sqrt{x-1}$  i osi  $x$ . Skicirajte taj lik.

39. Odredite volumen rotacionog tijela koje nastaje rotacijom manjeg lika omeđenog elipsom  $9x^2 + 4y^2 = 36$  i pravcem  $3x + 2y - 6 = 0$  oko osi  $x$ .

40. Odredite volumen rotacionog tijela koje nastaje rotacijom oko osi  $x$  lika omeđenog grafom funkcije  $f(x) = \cos x$  i osi  $x$  između dvije susjedne nultočke.

41. Lik iz prvog kvadranta omeđen krivuljama  $y = x^3$ ,  $y = -x^2 + 2$  i s osi  $y$  rotira oko osi  $x$ . Izračunajte volumen nastalog rotacionog tijela

42. Odredite volumen rotacionog tijela koji nastaje rotacijom oko osi  $y$  lika omeđenog pravcem  $x + y = 1$  i parabolom  $x = 1 - y^2$ .
43. Odredite volumen tijela nastalog rotacijom lika omeđenog grafom funkcije  $f(x) = \frac{4}{x}$ , pravcima  $x=1$ ,  $x=4$  i  $y=0$  oko osi  $x$ .

Rješenja:

1.  $\frac{\operatorname{arctg} x^3}{3} + c$
2.  $\frac{2}{3}\sqrt{x^3 + 1} + c$
3.  $-\frac{\operatorname{ctg}(x^2+1)}{2} + c$
4.  $\frac{\sqrt{(2 \sin x - 1)^3}}{3} + c$
5.  $-\frac{1}{e^x - 1} + c$
6.  $\frac{\cos^5 x}{5} - \frac{\cos^3 x}{3} + c$
7.  $2\sqrt{e^x - 1} - 4\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{e^x - 1}}{2} + c$
8.  $2\sqrt{x} + 2 \ln |\sqrt{x} - 1| + c$
9.  $-x \operatorname{ctg} x + \ln |\sin x| + c$
10.  $(-x^2 + 3x + 2) \cos x + (2x - 3) \sin x + c$
11.  $\left(\frac{x^3}{3} + x\right) \ln x^2 - \frac{2}{9}x^3 - 2x + c$
12.  $(x^2 + x - 2)e^x + c$
13.  $\sqrt{2x} \sin \sqrt{2x} + \cos \sqrt{2x} + c$
14.  $2\sqrt{x+3} \ln \sqrt{x+3} - 2\sqrt{x+3} + c$
15.  $(\sqrt{2x+1} - 1)e^{\sqrt{2x+1}} + c$
16.  $-2(\sqrt{x} + 1) \cos \sqrt{x} + 2 \sin \sqrt{x} + c$
17.  $3 \ln |x + 1| - 4 \ln |x - 2| + c$
18.  $\ln |x| - \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + c$
19.  $\ln \left| \frac{x}{x-1} \right| - \frac{1}{x-1} + c$
20.  $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{e^x - 3}{e^x - 1} \right| + c$
21.  $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{\sin x - 1}{\sin x + 3} \right| + c$
22.  $\operatorname{arctg} e - \frac{\pi}{4}$
23.  $\frac{\pi}{12\sqrt{3}}$
24.  $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$
25.  $2 \ln 2 + \frac{3}{4}$

26.  $1 - \cos 1$

27.  $7 + \ln 4$

28.  $\frac{e^\pi + 1}{2}$

29.  $1 - \frac{2}{e}$

30.  $\frac{e^2 - 1}{4}$

31.  $P = \frac{11}{3}$

32.  $P = \frac{8}{3}$

33.  $P = \frac{7}{6}$

34.  $P = e - \frac{4}{3}$

35.  $P = \frac{125}{6}$

36.  $P = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{3}$

37.  $P = 4$

38.  $P = \frac{5}{3}$

39.  $V = 6\pi$

40.  $V = \frac{\pi^2}{2}$

41.  $V = \frac{286\pi}{105}$

42.  $V = \frac{\pi}{5}$

43.  $V = 12\pi$